

MODELOS DE VALORACIÓN DE OPCIONES FINANCIERAS: ALGUNAS
EXTENSIONES CON ÉNFASIS EN REPRESENTACIONES DEL IMAGINARIO DE
VOLATILIDAD EN EL CONTEXTO DEL MERCADO DE RENTA FIJA EN
COLOMBIA.

ANGIE PAOLA OROZCO RODRÍGUEZ

NEIXON FABIAN RINCON RONDEROS

UNIVERSIDAD PILOTO DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA FINANCIERA
BOGOTÁ D.C. I-2014

MODELOS DE VALORACIÓN DE OPCIONES FINANCIERAS: ALGUNAS
EXTENSIONES CON ÉNFASIS EN REPRESENTACIONES DEL IMAGINARIO DE
VOLATILIDAD EN EL CONTEXTO DEL MERCADO DE RENTA FIJA EN
COLOMBIA.

ANGIE PAOLA OROZCO RODRÍGUEZ

NEIXON FABIAN RINCON RONDEROS

Trabajo de grado para obtener el título de Ingenieros Financieros

Director: MILLER JANNY ARIZA GARZÓN, Máster en Economía

Codirectora: SANDRA LILIANA PEÑA VILLALBA, Máster en Historia

UNIVERSIDAD PILOTO DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
PROGRAMA DE INGENIERÍA FINANCIERA
BOGOTÁ D.C. I-2014

Nota de Aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Bogotá D.C – Junio de 2014

AGRADECIMIENTOS

Como autores de la presente investigación, ofrecemos los siguientes agradecimientos:

A Dios por otorgarnos su bendición para culminar con éxito ésta etapa de nuestras vidas y habernos dado la oportunidad de juntar esfuerzos para la realización de este trabajo.

A nuestras familias porque además de todas las enseñanzas y consejos, que hoy nos hacen personas, gracias a su apoyo e incondicional compañía, estamos culminando una etapa formativa que nos permite representar con orgullo los valores de los hogares a los que pertenecemos.

A los profesores Miller Janny Ariza Garzón y Sandra Liliana Peña Villalba quienes con su humilde y más profesional colaboración, hicieron posible todos los resultados obtenidos.

A las directivas y cuerpo docente del programa de Ingeniería Financiera y del Semillero Memoria y Cultura del Área Común de Humanidades de la Universidad Piloto de Colombia, quienes a través de un ejercicio profesional dotado de nobleza, ética y liderazgo inspiraron en nosotros entusiasmo, pasión, entrega y vocación por la investigación y por una carrera a la que día a día proporcionan mayor calidad.

A todos nuestros compañeros y demás personas con las que compartimos este proceso, al lado de quienes construimos lazos de trabajo en equipo y logramos forjar gran parte de nuestros destinos gracias al aprendizaje.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	15
CAPÍTULO 1: CONTEXTO HISTÓRICO DE LAS REPRESENTACIONES DEL IMAGINARIO DE VOLATILIDAD	21
CAPÍTULO 2. LA VOLATILIDAD EN EL MARCO DE LOS MERCADOS FINANCIEROS.	42
2.1. Mercados financieros	42
2.1.1. Estructura de los Mercados Financieros	44
2.2. Concepto de riesgo, historia, clases y principales características.	44
2.2.1. Consideraciones Generales	44
2.2.2. Antecedentes y evolución del riesgo en la historia.	46
2.2.3. Taxonomía del riesgo en los mercados financieros	48
2.2.4. Generalidades del Riesgo de mercado	49
CAPÍTULO 3. CONTEXTO Y RIESGO DEL MERCADO DE RENTA FIJA EN COLOMBIA	57
3.1. Mercado de renta fija.....	58
3.2. Evolución del mercado de renta fija en Colombia	60
3.3. Valoración de bonos	65
3.4. Medición del riesgo en tasa	66
3.4.1. Expansión de Taylor	67
3.4.2. Duración Modificada	68
3.4.3. Duración.....	68
3.4.4. Convexidad	69
3.4.5. Valor en riesgo para títulos de renta fija.....	71
CAPÍTULO 4. REPRESENTACIONES DEL IMAGINARIO DE VOLATILIDAD	73
4.1. Volatilidad Histórica	75
4.2. Simulación Histórica	77
4.3. Volatilidad Dinámica o EWMA.....	77
4.4. Simulación de Montecarlo.....	80

4.5. Volatilidad según modelos ARCH-GARCH.....	82
4.6. Volatilidad Implícita.....	86
4.6.1. Difusión con Saltos.....	89
4.7. Relación entre algunas representaciones de volatilidad.....	92
4.7.1. Relación entre volatilidad histórica y volatilidad implícita.....	92
4.7.2. Volatilidad histórica versus volatilidad condicionada.....	93
4.8. De volatilidad de tasas a volatilidad de precios.....	95
4.9. Reescalación de la Volatilidad.....	96
4.9.1. Raíz Cuadrada del Tiempo.....	97
4.9.2. Raíz H del Tiempo.....	100
CAPÍTULO 5. DERIVADOS FINANCIEROS.....	105
5.1. Clasificación de los derivados, escenarios de negociación y sus agentes.....	105
5.2. Mercados de derivados Latinoamericanos e Internacionales.....	108
5.3. Mercado de Derivados en Colombia.....	112
5.4. Regulación de Derivados Financieros en Colombia.....	116
5.4.1. Normativa en Valoración.....	117
5.5. Las Opciones Financieras.....	119
5.5.1. Opciones Europeas.....	120
5.5.2. Opciones sobre Renta Fija.....	124
CAPÍTULO 6. MODELOS DE VALORACIÓN DE OPCIONES EUROPEAS.....	128
6.1. La volatilidad: variable fundamental de la valoración de opciones.....	129
6.2. Modelo Black & Scholes (1973).....	130
6.3. Modelo Black (1976).....	132
6.4. Modelo de Duan.....	134
CAPÍTULO 7. APLICACIÓN DE LAS REPRESENTACIONES DEL IMAGINARIO DE VOLATILIDAD EN LA VALORACIÓN DE OPCIONES FINANCIERAS.....	139
7.1. Proceso Metodológico.....	141
7.1.1. Medición de la Volatilidad.....	142
7.1.2. Medición y evaluación del riesgo.....	146
7.1.3. Reescalación de la volatilidad.....	148

7.1.4. Valoración de opciones.....	151
7.2. Análisis Descriptivo de Datos	154
7.2.1. Tasa libre de riesgo.....	157
7.3. Análisis de Resultados.....	158
7.3.1. Aproximación al Riesgo de Mercado por Medio del Cálculo del VaR	158
7.3.2. Cálculo del exponente de Hurst	169
7.3.3. Valoración de opciones a partir del parámetro de volatilidad	173
7.3.4. Backtesting sobre valoración de opciones	184
CONCLUSIONES	198
RECOMENDACIONES	204
BIBLIOGRAFÍA	206
ANEXOS	214

LISTA DE TABLAS

Tabla 1	Aplicaciones de algunas representaciones de volatilidad en los mercados financieros	37
Tabla 2	Aplicaciones de algunas representaciones de volatilidad en la valoración de opciones	40
Tabla 3	Criterios para la clasificación de los mercados financieros	44
Tabla 4	Clasificación títulos según plazo y forma de pago	58
Tabla 5	Clasificación títulos de renta fija	60
Tabla 6	Clasificación de los productos derivados	107
Tabla 7	Evolución del Mercado de Derivados en Colombia: Productos Ofrecidos	115
Tabla 8	Resumen reglamento mercado de derivados en Colombia	116
Tabla 9	Efectos Sobre Precios	121
Tabla 10	PayOff de Estrategias Básicas	124
Tabla 11	Histograma Rendimientos Diarios	157
Tabla 12	Relación tasa Vs Rendimiento	159
Tabla 13	Prueba de bondad de Ajuste	161
Tabla 14	Modelo GARCH	164
Tabla 15	Cálculo N° de desviaciones serie con saltos	165
Tabla 16	Parámetros series usadas para modelación de K	166
Tabla 17	Resultados Backtesting VaR	168
Tabla 18	Resumen H esperados	170
Tabla 19	Resultados del estadístico por cada hipótesis	171
Tabla 20	Cálculo rezagos q	172
Tabla 21	Cálculo estadístico Vq	173
Tabla 22	Parámetros GARCH para valorar opciones	182
Tabla 23	Comparativo General de Valoración de Opciones: vencimiento 30 días	186

Tabla 24	Comparativo por Moneyness de Valoración de Opciones: vencimiento 30 días	187
Tabla 25	Comparativo General de valoración de opciones: vencimiento 60 días	189
Tabla 26	Comparativo por Moneyness de Valoración de Opciones: vencimiento 60 días	191
Tabla 27	Comparativo General de valoración de opciones: vencimiento 90 días	193
Tabla 28	Comparativo por Moneyness de Valoración de Opciones: vencimiento 90 días	195

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1	Principales clases de riesgo en los mercados financieros	49
Gráfico 2	Comportamiento de las Tasas de Mercado de los TES	63
Gráfico 3	Monto por Activo Negociado en el Mercado de Valores	64
Gráfico 4	Estructura de pagos de un bono	65
Gráfico 5	Relación entre precio y tasa	66
Gráfico 6	Comparación de convexidad de dos bonos	70
Gráfico 7	Distribución normal	75
Gráfico 8	Volatilidad Histórica Vs. Condicional y los precios de las Opciones	94
Gráfico 9	Campana de Gauss	99
Gráfico 10	Volumen Global de Opciones y Futuros por Región	111
Gráfico 11	Monto del Mercado de Derivados OTC por País	113
Gráfico 12	Evolución del Mercado de Derivados Estandarizados en Colombia	114
Gráfico 13	PayOff Posiciones en Opciones	123
Gráfico 14	Movimiento de Tasa de Mercado	155
Gráfico 15	Rendimientos Diarios	156
Gráfico 16	VAR Simulación de Montecarlo	162
Gráfico 17	Circulo de raíces inversas polinomios asociados	162
Gráfico 18	Simulación posibles trayectorias de cotización	167
Gráfico 19	Estimación del exponente de Hurst a través de mínimos cuadrados	169
Gráfico 20	Sonrisa de volatilidad	175
Gráfico 21	Superficie de volatilidad	175
Gráfico 22	Resultado de la valoración de opciones call y put, con volatilidad implícita, por plazo	177
Gráfico 23	Valoración de opciones call y put, con volatilidad, no condicional por plazo	179

Gráfico 24	Valoración de opciones call y put, con volatilidad derivada de simulación de Montecarlo, por plazo	180
Gráfico 25	Resultado de la valoración de opciones call y put con Duan, por plazo	183
Gráfico 26	Comparativo entre las mejores metodologías y Desviación – Brown: vencimiento 30 días por tipo de opción	188
Gráfico 27	Comparativo entre las mejores metodologías y Desviación – Brown: vencimiento 60 días por tipo de opción	192
Gráfico 28	Comparativo entre las mejores metodologías y Desviación – Brown: vencimiento 90 días por tipo de opción	196

LISTA DE ANEXOS

- Anexo 1 Metodología interna según Basilea
- Anexo 2 Requisitos de la metodología interna según Basilea
- Anexo 3 Reglas para metodología interna de la SFC
- Anexo 4 Código para el cálculo del exponente de Hurst
- Anexo 5 Código para el cálculo de la sexta hipótesis nula para la validación del Exponente Hurst
- Anexo 6 Correlograma y prueba de Dickey Fuller en serie de tasas diarias
- Anexo 7 Valoración del TES por local valuation
- Anexo 8 Correlograma de residuos al cuadrado y prueba efecto ARCH serie de rendimientos
- Anexo 9 Resumen valoración de opciones con volatilidad implícita usando raíz cuadrada del tiempo
- Anexo 10 Resumen valoración de opciones con volatilidad implícita usando raíz Hurst del tiempo
- Anexo 11 Resumen valoración de opciones con volatilidad histórica usando raíz cuadrada del tiempo
- Anexo 12 Resumen valoración de opciones con volatilidad histórica usando raíz Hurst del tiempo
- Anexo 13 Resumen valoración de opciones con Montecarlo usando raíz cuadrada del tiempo
- Anexo 14 Resumen valoración de opciones con Montecarlo usando raíz Hurst del tiempo
- Anexo 15 Resumen valoración de opciones con Duan

LISTA DE SIGLAS

APT	Arbitrage Pricing Theory
ARCH	Autoregressive Conditional Heterocedastic
ATM	At The Money
BIS	Bank for International Settlements
BM&F	Bolsa de Mercancías y Futuros
BM&FBOVESPA	Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros
BOVESPA	Bolsa de Valores de Sao Paulo
BSM	Modelo de Black, Scholes y Merton
BVC	Bolsa de Valores de Colombia
B&S	Modelo Black and Scholes 1973
B-76	Modelo Black 1976
CAMP	Capital Asset Pricing Model
CBOT	Chicago Board of Trade
CDS	Credit Default Swaps
CDT	Certificado de Depósito a Término
CME	Chicago Mercantile Exchange
CNMV	Comisión Nacional del Mercado de Valores
COP	Pesos Colombianos
CRM	Cobertura/Reducción del riesgo de crédito
CVA	Ajuste de valoración de crédito
CX	Convexidad
D	Duración
DM	Duración Modificada
EWMA	Exponentially Weighted Moving Average
FED	Federal Reserve
FIA	Futures Industry
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heterocedastic

HKEx	Hong Kong Exchanges
ITM	In The Money
IRC	Suplemento por riesgo incremental
LSE	London Stock Exchange
MEC	Mercado Electrónico Colombiano
MEFF	Mercado Oficial Español de Opciones y Futuros Financieros
MexDer	Bolsa de Derivados de México
MCO	Mínimos Cuadrados Ordinarios
MGB	Movimiento Geométrico Browniano
NYBOT	New York Board of Trade
OMA	Operación de Mercado Abierto
OTC	Over The Counter
OTM	Out The Money
RMSE	Root Mean Squared Error
SARM	Sistema de Administración de Riesgos de Mercado
SFC	Súper Intendencia Financiera de Colombia
TES	Título de Deuda Pública
UVR	Unidad de Valor Real
um	Unidades monetarias
VaR	Value at Risk

INTRODUCCIÓN

En el marco de un mundo más globalizado en el que el avance tecnológico y el desarrollo empresarial a nivel mundial han sido constantes, los mercados financieros se han caracterizado por adquirir mayor amplitud e importancia para la economía mundial, lo que provocó que en las finanzas y en la economía surgieran hechos que los hicieran más complejos. Los fenómenos que se viven diariamente en los mercados hacen necesario buscar las más eficientes alternativas para enfrentarlos. A lo largo de la historia ha surgido la preocupación por la creación de herramientas que den solución a problemas como la volatilidad, la cual es una de las principales fuentes del riesgo de mercado en el mundo.

Es naturaleza del ser humano intentar simplificar todo aquello que observa en el mundo real o, todo lo que resulta de la imaginación para poder finalmente asignarle una representación con la que será reconocido. Los mercados financieros no son una excepción dado que sus metodologías de valoración, medición y control de riesgos, son intentos de representación, que se plantean con el fin de obtener la mejor aproximación.

La volatilidad en sí misma es una medida del riesgo asociada a la variación en los precios, ésta puede ser evidenciada por medio de las representaciones reflejadas en los modelos y técnicas que diariamente se desarrollan a través de la investigación; el uso de las ciencias físicas, matemáticas y estadísticas han sido fundamentales para la estimación del imaginario de volatilidad representado en los modelos. Los avances de Pascal, Markov, Bernoulli, Gauss, Brown o Hurst, entre otros, a pesar de estar enfatizados en estudios que buscaban dar respuesta a fenómenos naturales a través de la física, las matemáticas y la botánica, indujeron a que más tarde otros autores realizaran analogías entre dichos avances

y las finanzas, generando nuevas representaciones en dicha área; la desviación estándar, la simulación histórica, la simulación de Montecarlo, el EWMA , los modelos ARCH y GARCH entre otros, se valen de técnicas matemáticas y estadísticas para determinar la volatilidad de las series y aunque, son de uso común, siempre se busca ampliar la cantidad de modelos que conduzcan a la mejor decisión.

Algunas de las técnicas nombradas tienen un nivel de aplicación en el mercado de renta fija colombiano con el fin de cuantificar la exposición al riesgo que este posee. Las posibles pérdidas en el mercado de renta fija son provocadas por variaciones en las tasas de descuento de los títulos que allí se cotizan; los más negociados en Colombia son los TES. De acuerdo a la BVC, entre 2012 y 2013, la participación de los TES se mantuvo en un rango entre el 75% y el 88%, adicionalmente, los TES en pesos se mantuvieron como los títulos más negociados, con un total de 420 billones de pesos para 2013, a nivel Latinoamérica es el tercer mercado más grande, lo que determina la necesidad del uso de herramientas que permitan medir el riesgo de estos instrumentos de deuda en el país.

Pese a que la negociación de títulos de renta fija, son consideradas como las inversiones menos riesgosas, el periodo comprendido entre 2012 y 2013, se caracterizó por una variabilidad muy marcada por fuertes cambios en las tasas de mercado. Mientras que en el 2012 se presentaban incrementos promedios en las tasas¹ de los TES más líquidos en aproximadamente 1.5%, en el 2013 se presentaron en un 2.7% siendo las caídas de 1.6% y 2.5% respectivamente; adicionalmente, en el 2013 se presentaron incrementos máximos del 21% frente a un 13% en el 2012; las tasas en general, tuvieron un punto de inflexión que inició en el segundo trimestre del año 2013, esto evidencia una clara inestabilidad en este mercado, además, la dirección que tomó la curva desde ese periodo, perjudicó a aquellos inversionistas que tenían posiciones largas en aquellos títulos. Lo anterior es evidencia de la

¹ Cálculos propios con información del GRUPO AVAL.

necesidad de crear instrumentos de cobertura frente a la incertidumbre que se está creando sobre este mercado.

En ese orden de ideas, el mercado solicita instrumentos que le permitan mitigar el riesgo de tasa de mercado de renta fija, por lo que, adicional al desarrollo de las representaciones para simplificar el comportamiento de los mercados, se torna importante contar con herramientas de cobertura que sirvan a los inversionistas para protegerse contra variaciones adversas *“una de las mayores preocupaciones de los inversionistas actuales y potenciales...es la incertidumbre de los activos en el futuro; por ello, es indispensable contar con instrumentos que sirvan como apoyo para enfrentar los posibles movimientos adversos de los precios”* (Cañas, 2006). Ante esto, se encuentran los derivados financieros², de los que existen varias clases, sin embargo, como afirman Lamothe & Pérez (2003) *“las opciones son el mejor instrumento para cubrir cualquier riesgo de precios”*, y esto lo sustentan basados en la definición de estos instrumentos, ya que se adquiere un derecho mas no una obligación, lo que brinda la oportunidad de transferir el riesgo de pérdida al mismo tiempo que se mantiene la posibilidad de obtener un beneficio, por movimientos favorables de los precios.

Pese a lo anterior, en Colombia no existe la estructura de un mercado organizado para transar este tipo de instrumentos, sin embargo, se negocian opciones OTC. Según cifras del BIS (2013), el mercado de derivados sobre tasa de interés se concentra en los swaps con el 73.23%, seguido de las opciones con el 14.10% y los forward con el 12.68%. Al comparar las cifras de negociación de derivados OTC en Colombia contra otras economías latinoamericanas, para el 2013, la participación fue aproximadamente del 1.94% equivalentes a 120 millones de dólares diarios. A pesar de la pequeña participación, este mercado ha presentado una tendencia creciente, esto es evidente al compararlo con la participación del 0.18% que tenía en el 2007.

² Estos instrumentos pueden ser utilizados como herramientas de cobertura, especulación o arbitraje.

Actualmente, el mercado OTC colombiano, se encuentra significativamente por debajo de las negociaciones de Brasil y México, situación que no es de extrañar debido al gran desarrollo que han venido teniendo estas economías respecto a la negociación de estos instrumentos. Una de las desventajas de este tipo de negociaciones es que al encontrarse en un mercado extrabursátil, son más riesgosas, por lo que se hace necesario que exista un mercado organizado sobre este tipo de derivados, por lo tanto, la llegada de opciones financieras al mercado estandarizado ampliaría la gama de productos financieros ofrecidos en el mismo.

Las opciones financieras derivan su valor de un activo subyacente, y para que estas existan deben crearse sobre activos convertibles fácilmente en efectivo, en este sentido, el subyacente debe tener un volumen alto de negociación dado que este permite crear un nivel óptimo de liquidez. A la fecha el título de mayor liquidez en el mercado es el TES con vencimiento en Julio de 2024, debido a que se mantuvo con un volumen aproximado de 266 billones de pesos, el más alto en 2013; desde la fecha de su emisión en 2008, las variaciones en su tasa de mercado han estado influenciadas por hechos como los estímulos de la FED a la economía y la situación interna del país, lo cual ha generado una volatilidad incesante.

De manera adicional, Alonso & Albarracín (2013) en la propuesta que realizan para la creación de un mercado estandarizado de opciones en Colombia, exponen como activo subyacente a incluir, los TES, al ser estos títulos de deuda los más negociados en el mercado de valores nacional, además en el mercado de derivados estandarizados, existen futuros sobre estos títulos, los cuales llegaron a un volumen de 226 mil contratos en el 2013, lo que lleva a la cuestión de ¿si existen futuros sobre estos valores, por qué no crear opciones que ofrecen más posibilidades de inversión y cobertura?, una primera aproximación a la respuesta, sería porque en Colombia no se han desarrollado las metodologías de valoración adecuadas y, segundo, falta mucho camino en el tema

regulatorio de estos instrumentos, lo que no permite un mercado lo suficientemente líquido; es por lo anterior, que en esta investigación se enfoca en las metodologías de valoración, con el fin de proponer aproximaciones a los precios a partir de distintas representaciones del imaginario de volatilidad, que contribuyan a sentar las bases de futuras negociaciones, rescatando el valor del componente interdisciplinario que además, de ser el origen de dichas representaciones es de vital importancia para el presente trabajo según lo contemplado en la Política General de Investigaciones de la Dirección de Investigaciones de la Universidad Piloto de Colombia³.

Los precios de estos instrumentos derivados, al depender del valor de su activo subyacente, se ven afectados directamente por la volatilidad del mismo, es por esto, que las distintas metodologías de valoración de opciones financieras que se han desarrollado, han modificado constantemente las características de este parámetro con el fin de proponer la mejor estimación, ejemplo de esto, han sido Black & Scholes (1973), Heston (1993), Duan (1995) y Merton (1975) quienes usaron representaciones del imaginario de volatilidad que la caracterizan como determinista, estocástica, condicional y con saltos respectivamente.

Conociendo lo anterior, este trabajo está orientado a los modelos de valoración de opciones europeas sobre el TES con vencimiento en julio de 2024, por ser éste uno de los más líquidos del mercado de renta fija colombiano. Teniendo en cuenta que el principal insumo en los modelos de valoración de opciones financieras es la volatilidad, y que existen distintas alternativas de medición de la misma que sirven para representarla, el objetivo

³ Según la cual, “el trabajo interdisciplinario busca la integración de teorías, métodos e instrumentos de validez científica, que permita la intervención de problemas de investigación desde diferentes disciplinas y enfoques, lo cual disminuye el carácter relativo de los resultados y exalta una visión integrada de la realidad de los fenómenos estudiados” (Dirección de Investigaciones Universidad Piloto de Colombia, 2011), si desea ampliar el tema puede dirigirse al documento Política General de Investigaciones de la Dirección de Investigaciones de la Universidad Piloto de Colombia.

general de la investigación es proponer una extensión al mercado en contexto del modelo de Duan (1995) que le proporciona un componente estocástico derivado de cambios aleatorios, y una modificación al imaginario de volatilidad contemplada en el modelo de Black (1976) con la representación de simulación de Montecarlo, y el uso de la volatilidad implícita calculada por medio del proceso de difusión con saltos en el modelo de Black & Scholes (1973), además de utilizar el exponente de Hurst desarrollado por Mandelbrot (1968) como alternativa de reescalación en el tiempo; todos los ajustes propuestos se basan en argumentos de no arbitraje y buscan determinar cuál es el más apropiado para la estimación del precio de las opciones para ésta clase de títulos siguiendo una metodología positivista cuyo enfoque es la realización de pruebas, con distintas representaciones de la volatilidad, que sustenten los conceptos filosóficos acerca de dicho imaginario y los orígenes de cada una de sus representaciones.

Para lograr lo anterior, la investigación se divide en siete capítulos de la siguiente manera: en el primero, se asocia el imaginario de volatilidad con los sucesos históricos que han conducido a sus representaciones; en el segundo, se abordan de manera general los mercados financieros, dentro de este se encuentran los riesgos financieros a los que están expuestos y la forma en que estos se abordan en Colombia con el fin de identificar la importancia de la volatilidad en el marco de los mercados financieros y su relación con el riesgo; en el tercero, se enuncian las principales características y componentes de la renta fija en Colombia y el riesgo de mercado al que se enfrenta; en el cuarto, se describen algunas de las representaciones de mayor uso, desarrolladas para la estimación del imaginario volatilidad y se exponen algunas de las técnicas de reescalación en el tiempo; el quinto trata de manera general los derivados financieros y detalla la estructura y forma de operar de las opciones financieras europeas; en el sexto se exponen los modelos de Black & Scholes, Black-76 y Duan de valoración de opciones; y, finalmente, se presenta la metodología, aplicación, resultados y conclusiones de la investigación.

CAPÍTULO 1: CONTEXTO HISTÓRICO DE LAS REPRESENTACIONES DEL IMAGINARIO DE VOLATILIDAD

“La ciencia es una tentativa en el sentido de lograr que la caótica diversidad de nuestras experiencias sensoriales corresponda a un sistema de pensamiento lógicamente ordenado”

Albert Einstein

Factores como la liberalización de los mercados financieros, los avances tecnológicos, análisis de oportunidades financieras y, la gran movilidad de capitales han permitido el crecimiento de las negociaciones a nivel mundial; sin embargo, con este crecimiento han surgido inconvenientes como la falta de estabilidad en el sistema de cambios, en las tasas de interés, en la solvencia de la empresas, entre otros factores generadores de riesgo en las operaciones financieras.

Los mercados existen gracias a las fuerzas de oferta y demanda de activos financieros; la decisión de qué comprar y qué vender viene conectada a las expectativas de los agentes del mercado - de lo que se espera va a ocurrir con las cotizaciones de los bienes negociados – no obstante, por tratarse de simples aproximaciones, dichas expectativas son responsables de que los mercados presenten fuertes variaciones en los precios, situación que ha dado paso a que se desarrollen herramientas que permitan analizar, medir y controlar los riesgos de mercado derivados de las mismas negociaciones.

A lo largo de la historia se han presentado eventos que han generado grandes variaciones en los precios; entre las causas se encuentran las crisis financieras, desplome de mercados, devaluación de monedas, la integración económica entre países y las expectativas sobre el comportamiento de los activos negociados; generando a la vez pérdidas para unos y

ganancias para otros. Dentro de los mas recientes acontecimientos relacionados con cambios bruscos en los mercados Feria (2005) señala los siguientes:

- En 1971 se abandonó el sistema de tipos de cambio fijos para pasar a flotantes.
- En 1973 la crisis del petróleo trajo consigo un fuerte incremento de la tasa de inflación, así como una elevada volatilidad en los tipos de interés.
- El 19 de octubre de 1987, la bolsa americana experimentó una importante caída.
- En agosto de 1990, se produce la invasión iraquí de Kuwait, uno de los principales productores de crudo del mundo, lo que desencadena la guerra del Golfo a comienzos de 1991.
- En el segundo cuatrimestre de 1992, tuvo lugar la crisis del Sistema Monetario Europeo, que se tradujo en las devaluaciones sucesivas, del 5% y del 6%, para la peseta.
- En la primavera de 1994 se produjo el desplome del mercado de bonos, ante el inesperado aumento de los tipos de interés americanos.
- La crisis Mexicana en 1994, que produjo la devaluación del peso a comienzos de 1995.
- En febrero de 1995, la bolsa japonesa sufre un fuerte descenso.
- En 1997 la reserva federal aumenta los tipos, en julio tiene lugar la crisis asiática y la devaluación de la moneda tailandesa entre otras.
- En 1998 se produce un efecto contagio de la crisis asiática a los países latinoamericanos, en el mes de agosto, el gobierno ruso devaluó el rublo y declaró la moratoria de la deuda.

Sumados a los enunciados anteriormente, muchos sucesos han hecho necesario intentar simplificar la realidad de los mercados financieros a través de distintas estimaciones y pronósticos, es por esta necesidad que para la medición del riesgo de mercado, es muy

utilizada la volatilidad, la cual en el marco de ésta investigación, se concibe como aquel imaginario del comportamiento de las variaciones de los precios. Un imaginario “es la capacidad que tienen grupos de personas, de forma socializada, de imaginar o idear simbólicamente <<formas y contenidos, significados y significantes>> permitiéndoles reconocerse y encontrando una forma de representar mentalmente el espacio y el tiempo” (Baenza, 2000).

La volatilidad parte del concepto de incertidumbre, ésta plantea que existe duda e inseguridad sobre el comportamiento futuro de los precios lo que implica riesgo. Con el fin de hacerlo más leve, las personas tratan de cuantificarlo y hacerlo predecible, sin embargo, todo sus intentos no son más que aproximaciones a la volatilidad debido a que independientemente del supuesto o la metodología que usen, ninguno de los pronósticos tiene la certeza de presentarse de manera exacta; según la teoría de expectativas racionales propuesta por Jhon F. Muth y desarrollada por Lucas (1972) y Thomas Sargent, existe un pronóstico óptimo que debe surgir a partir del uso eficiente de toda la información disponible, no obstante, acepta que éste no ocurre siempre, y que dicha circunstancia no altera el pronóstico establecido; en ese orden de ideas, se da la presencia de unos errores que son aleatorios y no sistemáticos que demuestran que la volatilidad no es predecible en su totalidad por lo que solo existe evidencia parcial de la misma a partir de las mediciones que se hagan sobre ella.

La teoría de expectativas racionales es el punto de partida de la teoría de equilibrio general Arrow-Debrew, ésta señala que las fuerzas de oferta y demanda están siempre dirigidas a vaciar el mercado cuando exista un equilibrio entre ellas (Garay,1990), por lo que según esta teoría, los agentes del mercado, a pesar de no tener una interrelación si tienen una interdependencia, esto los lleva a afirmar que desde el principio “poseen toda la información relevante, por lo que ya saben cuáles son las reacciones de los demás agentes” (Garay, 1990) lo que quiere decir que poseen toda la información disponible del mercado,

que sirve para el planteamiento de las expectativas racionales de los agentes sobre lo que puede ocurrir con los precios futuros.

Por lo anterior, la teoría de equilibrio general da una visión rígida sobre las variaciones de los precios, lo que llevaría a afirmar de acuerdo a esta, que no existe un modelo más óptimo para hacer pronósticos que aquellos que están basados en tener en cuenta una independencia de su historia y una continuidad en el tiempo, por lo que toda la incertidumbre desaparecería, pese a esto, “el modelo de expectativas racionales resulta absurdo e irrealista porque requiere de la posesión de información completa por parte de todos y cada uno de los agentes económicos, esto representaría la idea de un modelo verdadero, sin embargo, este no existe, en la vida real se estima por métodos estadísticos, para alcanzar así la representación estocástica⁴ de un modelo del comportamiento de la economía” (Garay, 1990), de acuerdo a esto, no hay un modelo que le diga al agente con toda certeza lo que va a ocurrir, por lo que la incertidumbre sigue existiendo, de tal manera que todos los modelos se enfocan en brindar una aproximación cuantitativa a una parte de la incertidumbre existente, porción a la que se le asigna el atributo determinista, mientras que siempre se dará la existencia de otra parte que es aleatoria.

De acuerdo a lo anterior, el imaginario de volatilidad, que se encuentra directamente relacionado a la incertidumbre sobre las variaciones de los precios, no maneja una visión rígida, por lo que existe la posibilidad de desarrollar diferentes modelos que se aproximen a cuantificarla, con el fin de abarcar en mayor medida esa porción que, asumiendo equilibrio del mercado, queda rezagada y sin explicación, por lo tanto, teniendo en cuenta diferentes supuestos sobre dicho imaginario, se crean varias representaciones que intentan considerar en mayor medida aquellos errores que se generan como desviaciones de la teoría de expectativas racionales, es decir, aquellos fallos en los mercados que suelen presentarse en los ciclos económicos reales; por lo tanto, la idea de volatilidad ha llevado a gran cantidad

⁴ El subsiguiente estado está determinado tanto por acciones predecibles como por elementos aleatorios.

de investigadores a proponer distintas alternativas de medición de la misma, para representarla en términos cuantitativos que reflejen los cambios en las cotizaciones.

La representación es “la producción del sentido a través del lenguaje” (Hall, 1997), es decir, darle un nombre o materializar una idea o un imaginario, por lo tanto, “representar algo es describirlo o dibujarlo, llamarlo a la mente mediante una descripción o retrato, o imaginación; poner una semejanza de ello delante de nuestra mente o de los sentidos” (Hall, 1997). Las representaciones de la volatilidad, son entendidas como todos aquellos modelos que intentan asignarle una descripción aproximada a la realidad del comportamiento de los precios, “los modelos son en el fondo, herramientas para aproximar el pensamiento” (Weatherall, 2013), dicho concepto fue concebido en economía, desde la década de los 30 cuando Jan Tinbergen⁵, un físico convertido en economista, indicó que, “un modelo es una imagen simplificada de cómo funciona un sistema o un proceso” (Weatherall, 2013)

Los modelos que permiten obtener resultados aproximados de la volatilidad no surgen de la nada, todos estos tienen raíces no necesariamente en la historia financiera sino en las ciencias como lo son la química; la biología; la física y las matemáticas, de aquí surge el concepto de imaginario. La simple idea de la variabilidad de los precios de los mercados da paso a la existencia de un imaginario, y como es naturaleza del ser humano intentar explicar o simplificar la realidad, a este le asignó el nombre de volatilidad, término por el que se reconoce un comportamiento cambiante en el precio de los activos financieros.

Las negociaciones tradicionales de los mercados financieros dan cuenta de una gran variedad de productos disponibles para la inversión, muchos de ellos datan de antiguas civilizaciones, como señalan Lamothe y Pérez “los Fenicios, los Romanos y los Griegos,

⁵ Primero en recibir premio Nobel de Economía

negociaban contratos con cláusulas de opción sobre las mercancías que transportaban en sus naves” (Lamothe & Pérez, 2003). En ese orden de ideas, instrumentos como los derivados siempre se han catalogado como herramientas para la cobertura ante factores generadores de pérdidas sobre un activo subyacente, dichos factores se hacen evidentes hoy en día en fenómenos como la volatilidad, así mismo, la inserción de gran variedad de estos productos en los mercados financieros es consecuencia de su alcance en todos los sectores de una economía gracias a la diversidad de sus aplicaciones, entre ellas cobertura, especulación y arbitraje.

Frente al riesgo de mercado, los instrumentos derivados pueden ser adquiridos o vendidos para cubrirse contra posibles alzas o disminuciones en los precios; adicionalmente, en el mercado, se encuentran distintos tipos de derivados, clasificados en futuros, forwards, swaps y opciones; estas últimas, tienen la característica especial de que al poseedor le da el derecho más no la obligación de comprar o vender el activo subyacente.

Partiendo de la volatilidad como evidencia del riesgo de mercado, y de las opciones financieras como instrumentos de cobertura; la primera al ser incierta, se traduce en un imaginario sobre el comportamiento de las variaciones de los precios, que es la base para la valoración de opciones financieras cuyo cálculo está ligado a los cambios en un activo subyacente; es esta la razón por la que se le cataloga como el componente más importante en la estimación del precio de estos instrumentos. La volatilidad tiene muchas aproximaciones por las cuales puede ser explicada dada su dificultad para ser calculada, así las cosas a lo largo de la historia, se han construido diferentes supuestos para su estimación, sin embargo, es evidente que aún no existe un modelo que sea 100% exacto en su predicción, por este motivo, se plantean diferentes modelos que intentan aproximarse a su resultado exacto a partir de diferentes supuestos.

Los modelos financieros más populares para medir la volatilidad y valorar opciones en la actualidad tienen su origen en el Movimiento Browniano que, como señalan León y Vivas (2010), se originó a partir de los estudios en biología y Física del escocés Robert Brown, acerca del movimiento de las partículas orgánicas e inorgánicas a principios del siglo XIX, principalmente en aquellas que se concentraban en el polen, suspendidas en el agua, las cuales describían un movimiento incesante, irregular y vigoroso (Brown, 1828). Dentro de sus principales hallazgos se destacan tres características sobre el comportamiento de dichas partículas, la primera es que son inexplicables, la segunda indica que son irregulares y la última afirma que son independientes. De esta manera nació un proceso aleatorio encargado de describir el comportamiento de ciertas variables aleatorias cuando tienen un desplazamiento en el tiempo.

En el año 1905, Einstein toma la noción browniana molecular para realizarle un sustento científico, mostrando con bases matemáticas que los cuerpos suspendidos en líquidos presentan comportamientos irregulares, adicionalmente, afirma que el movimiento de una partícula es totalmente independiente tanto del tiempo como del comportamiento de cualquier otra partícula.

Adicionalmente, Wiener (1923) concuerda con Einstein en que el desplazamiento de una partícula durante un periodo de tiempo es independiente de su historia, éste matemático realizó un artículo haciendo referencia al Movimiento Browniano de las partículas en un fluido, situación que aclaró la importancia de hacerle una definición teórica y matemática que permitiera establecer en mayor medida las condiciones y las propiedades de la ruta que siguen las partículas.

Brown dentro de sus estudios no realizó un aporte directo al tema de las finanzas, pero fue Bachelier, quien sin haberlo estudiado coincidió con la tesis de Brown, acerca de la

aleatoriedad de las series, esto debido al interés que tenía Bachelier, en explicar las variaciones en los precios de los activos financieros en la Bolsa de Valores de Paris, particularmente las acciones. Louis Bachelier fue un matemático francés conocido como el pionero en el uso de las matemáticas sobre las finanzas, quien afirmó que el precio de las acciones se comporta según una caminata aleatoria o Movimiento Browniano como se reconoce actualmente, su Tesis fue presentada el 29 de marzo de 1900 con el nombre de "Théorie de la Speculation" dirigida por el prestigio polímata Henri Poincaré. Entre otras conclusiones dicho trabajo afirma que:

“La probabilidad está regida por la ley de Gauss y esta es estable en el tiempo”;

“Durante intervalos pequeños de tiempo el precio variará muy poco”;

“El rango en el que se encontrará el precio del activo en un momento del tiempo es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo”;

“La dinámica del precio de los activos se asimila a las leyes de difusión de probabilidad de algunas teorías de la física, particularmente le de difusión de calor.”

Fuente: (León C. , 2009)

De manera general, la teoría de Bachelier se basa en que los precios de los activos financieros son variables con características aleatorias, independientes y con un comportamiento según una distribución normal (con media cero y varianza σ^2 proporcional al tiempo). Es desde los anteriores planteamientos que empiezan a surgir unos de los principales supuestos del comportamiento de los activos financieros, estos son: los cambios en los precios son estacionarios (volatilidad y tendencia constantes), son independientes por lo que no existe correlación con la historia, son continuos y siguen una distribución normal.

El interés de Bachelier por las finanzas fue desarrollado desde joven, al tener que estar al tanto del negocio de la familia, una vez sus padres murieron, además de desempeñarse en distintos cargos dentro de la Bolsa de Paris, a la cual veía como un juego de azar gigantesco, y la academia. A pesar de haber sentado las bases de las matemáticas en las finanzas, Bachelier no tuvo el debido reconocimiento producto del desprestigio que ahondaba las matemáticas para esta época, lo que no les permitía concebir una relación entre éstas y la economía.

Contrario a los planteamientos anteriores, Mills realizó un completo estudio del comportamiento de los precios de los commodities entre 1890 y 1925, encontrando evidencia de que los precios rara vez siguen una distribución normal, según sus hallazgos, este tipo de distribución se presenta en los años en que existe “reversión de negocio y tendencias de precios” (Mills, 1927) eventos poco comunes, mientras que en periodos de aumentos y disminuciones excesivas hay evidencia de sesgo. Mills afirma que la asimetría positiva se genera en periodos donde las empresas tienen mayores actividades y pocos movimientos conflictivos, mientras que el sesgo negativo aparece en periodos de crisis y recesiones (Mills, 1927).

Mills, en su investigación tiene como propósito la búsqueda de uniformidades y regularidades, y dijo que son estas, las que involucran a trabajadores científicos en todos los campos, es por esto, que habla de la variación (uniformidades y regularidades) como un hecho omnipresente, en los trabajos de las ciencias biológicas y sociales, y la ve como un reflejo de la presencia de numerosas fuerzas detrás de los fenómenos que se observan. Con lo anterior, se evidencia que las variaciones (volatilidad) son vistas como un imaginario presente en todos los eventos y la intención del hombre es llegar a simplificarlo a tal punto que pueda ser representado y explicado.

Otros planteamientos en contra de la teoría del Movimiento Browniano fueron desarrollados por Kendal & Hill, quienes utilizaron 22 series de precios para explicar el comportamiento de los precios, en su trabajo encontraron que las series no eran estacionarias y presentaban una forma leptocurtica, sin embargo, corrigieron las series con el fin de presentarlas como estacionarias y distribuidas normalmente (Kendal & Hill, 1953).

Como es evidente, existen distintas percepciones acerca de la volatilidad, las cuales a la vez provienen de diferentes ramas del pensamiento. Prueba de ello es la forma de asumir las variaciones según los planteamientos derivados de la teoría de Brown, a partir de los trabajos de Einstein, Wiener y Bachelier en contraste con lo afirmado por Mills y los hallazgos de Kendal y Hill.

Además de la distribución normal y la propuesta por Mills, en el año 1946 surge una metodología enfocada a determinar la distribución ajustada a partir de una mayor cantidad de opciones. Ocurrió mientras Stam Ulman, convaleciente de una enfermedad, jugaba al solitario, al preguntarse ¿cuáles eran las oportunidades que tenía, con un total de 52 cartas, de sacar un juego exitoso?, por lo que decidió tratar de estimarlo realizando cálculos combinatorios, sin embargo quería simplificarlo, proponer un método práctico, y fue cuando le surgió la idea de simplificarlo usando la nueva era de computadores, apoyado en problemas de difusión de neutrones, en física matemática y principalmente basándose en los cambios en los procesos descritos por ciertas ecuaciones diferenciales dentro de una sucesión de operaciones aleatorias.

Luego de esto le presentó la idea a Von Jhon Newman quien se interesó para poder explorar las características de la reacción en cadena de los neutrones en los dispositivos de fisión (Eckhardt, 1987). Fue de todo esto que surgió el Método de Montecarlo el cual hoy se utiliza para resolver problemas de pronóstico de series demográficas como la tasa de

mortalidad, medioambientales como temperatura media, velocidad y dirección del aire y precisión de un neumático. El Método de Montecarlo es muy utilizado por los administradores de riesgos y por los ingenieros financieros para valorar instrumentos complejos teniendo en cuenta que genera distintos escenarios que siguen los parámetros de la distribución ajustada; una vez generados dichos escenarios estima la máxima variación esperada, que puede ser considerada como una representación de la volatilidad.

El uso del software y los paquetes informáticos es una evidencia la importancia que tomaría la volatilidad en el desarrollo de teorías y modelos financieros que hoy son referencia a nivel mundial, como lo indican Malevergne & Sornette, luego de que Bachelier sentara las bases de las matemáticas financieras sus avances conducirían al desarrollo de teorías como la selección óptima de portafolios de Markowitz (1952). Con las mejoras de Osborne (1959) y Samuelson (1959) a la teoría del comportamiento aleatorio de los precios, se daría paso al modelo de equilibrio de mercado de Sharpe (1964); al modelo del precio racional de las opciones de Black and Scholes (1973); entre otros.

Markowitz se apoyó en las bases de la teoría del Movimiento Browniano asumiendo que los retornos de los precios de los activos son independientes, aleatorios y siguen una distribución normal (Markowitz, 1952); a partir de dicho supuesto, determinó la volatilidad que incluyó en su modelo sobre la frontera eficiente y la selección optima de portafolios, posteriormente Sharpe, basado en su trabajo planteo un modelo para de valoración de activos financieros CAPM, a partir de la correlación que existe entre ellos.

Como consecuencia del inicio de una cultura en investigación en Estados Unidos en la década de los 30's orientada hacia los procesos de producción de las grandes compañías que más tarde pasarían a la guerra debido a la amenaza de armas nucleares, se llevó a cabo un cambio en la forma de hacer más eficientes los estudios, lo cual incluyó el trabajo

conjunto entre distintas disciplinas, dichas técnicas incursionarían los métodos de investigación de los diferentes centros de formación y universidades.

Lo anterior permitió que Osborne a pesar de ser astrónomo, decidiera dedicarse a tratar de resolver problemas de otras áreas como las finanzas; su principal trabajo en dicho campo fue publicado en 1959. En el demostró que el comportamiento del precio de los activos es comparable con un conjunto de partículas en mecánica estática, por lo que el Movimiento Browniano es capaz de explicarlo. Contrario a lo afirmado por Bachelier mostró que el logaritmo del precio de los activos sigue una distribución normal mientras que la de los precios es log normal, por lo que son los rendimientos de tipo porcentual quienes describen caminata aleatoria y no los precios como tal, su tesis la sustenta en que el logaritmo del precio de los activos puede ser considerado “*como un conjunto de decisiones en un estado de equilibrio estático y que la variación en el tiempo, tiene una estrecha analogía con el conjunto de coordenadas de un gran número de moléculas*”. (Osborne, 1959). En ese orden de ideas, el logaritmo de los precios “*es el mejor reflejo de cómo se sienten los inversionistas acerca de sus ganancias y pérdidas*” (Weatherall, 2013), por lo que la medición de la volatilidad resulta más realista porque tiene en cuenta la psicología de quienes integran los mercados.

Los anteriores planteamientos surgen en Osborne debido a la analogía que el mismo realizó al tratar de sustentar que las cotizaciones de los mercados se comportan de modo similar al desplazamiento del salmón, basado en que las características o variaciones del entorno en el que se desenvuelve tiene un nivel de incidencia en las fluctuaciones que experimenta. La visión de Osborne es una evidencia más de como las representaciones de volatilidad han surgido a partir de similitudes con hipótesis de otras ciencias.

Por la misma época de Osborne, Samuelson, un matemático influenciado por físicos, y Kruizenga se encargaron de retomar la tesis de Bachelier (1900) resaltando la importancia de sus planteamientos⁶, desarrollando un proceso Browniano aritmético para la valuación de Warrants⁷, allí indicaron que su precio crece proporcionalmente a la raíz cuadrada del tiempo; más tarde Samuelson (1965)⁸ señaló que este proceso aritmético se presta para anomalías si el título es a largo plazo ya que el precio crecería indefinidamente, por lo que introdujo el MGB el cual condujo al proceso lognormal con el que el precio de un warrant o call tendría la propiedad del corto plazo, con la raíz cuadrada del tiempo y en el largo plazo el valor del warrant tendería al valor del subyacente.

El trabajo de Samuelson es considerado como el primer paso de la Teoría de los Mercados Eficientes; ésta plantea que los precios de los activos financieros reflejan toda la información y se ajustan total o parcialmente a los nuevos datos, por lo que contienen todo lo que puede ser conocido para estimar el precio futuro. Samuelson, determinó que los cambios en los precios son aleatorios y no son predecibles en la medida en que estos adquieran toda la información del mercado (Bahi C. , 2007). Fama complementó esta teoría partiendo de los supuestos estadísticos de independencia en el cambio de los precios y distribución idéntica, demostrando que los precios no tienen memoria, por lo que el pasado no se puede utilizar para predecir el futuro de manera significativa. Según la Teoría de Mercados Eficientes se asume una volatilidad constante en el tiempo e independiente de su historia.

Como se ha visto, el origen del estudio del comportamiento de las series proviene de diferentes áreas. Además de las representaciones ya expuestas, una nueva cuyos supuestos contradicen las características que hasta el momento se consideraban las más apropiadas,

⁶ Samuelson trabajó junto a Kruizenga como su director de tesis.

⁷ Un Warrant es un instrumento derivado que le da al poseedor el derecho mas no la obligación de comprar (call) o vender (put) un activo subyacente a un precio específico.

⁸ Samuelson fue el primer norteamericano en ganar el Premio Nobel de Economía en 1970.

las cuales asumían una volatilidad constante e independiente surge en la hidrología cuando al británico Harold Edwin Hurst le fue recomendada la tarea de cartografiar y medir el río Nilo⁹ encontrando que el caudal variaba ampliamente en épocas de abundancia y sequía, además notó que estas tendían a agruparse. Para ese entonces, los ingenieros asumían que las variaciones anuales del caudal eran estadísticamente independientes, por el contrario, Hurst halló evidencia de que esto no era cierto debido a que el rango entre la mayor y menor crecida del río se ampliaba más deprisa de lo que predecía el modelo desarrollado por los ingenieros, todo esto, se tradujo en el hallazgo de memoria de largo plazo¹⁰ en el flujo del caudal.

Hurst en 1951 publicó un documento donde indicaba que el rango se ampliaba según una potencia a la que llamó K , la cual muestra la relación entre la distancia y el tiempo. Hurst, en contraste con el planteamiento de Einstein quien señalaba que la distancia recorrida por una partícula está definida según la raíz cuadrada del tiempo (León & Vivas, 2010), determinó que el rango no se ampliaba según un exponente de 0.5 sino según el valor de K .

Benoit Mandelbrot, quien es considerado como “el padre de la geometría fractal¹¹” por sus diferentes publicaciones en este tema, iniciando con ¿qué tan larga es la costa británica? (Mandelbrot, 1967), junto con James R. Wallis, realizaron una publicación con el nombre de “Noah, Joseph, and Operational Hydrology” en 1968, en la que hicieron una dedicatoria a Hurst. Mandelbrot, en su libro “The (Mis) Behavior of Markets” que publicó junto a Richard Hudson, dedicó todo el capítulo IX (“memoria larga, del Nilo al mercado”) a relatar que la primera vez que escuchó de Hurst fue en el año 1963, año en el que

⁹ La extensión del río para la época era de 6.695 Km ; Hurst (1956) dentro de sus estudios observó 75 fenómenos diferentes.

¹⁰ Entiéndase memoria de largo plazo como una dependencia no despreciable entre observaciones que distan entre sí largos periodos de tiempo.

¹¹ “Mandelbrot (2007) llamó fractales, a las formas más complejas, irregulares y fragmentadas, en otra época se les denominó como monstruos o patológicas” (Rendón & Morales Castro, 2012). La característica de las formas fractales es que son hechas por copias más pequeñas de la misma figura.

enseñaba economía en Harvard, debido a que recientemente había hecho una publicación de la variación de algunos precios especulativos (Mandelbrot, 1963), en el que estudiaba los precios del algodón. Mandelbrot, realizó una comparación entre los hallazgos de Hurst y los precios del algodón, con lo que determinó que “la gran inundación, calculó, eran como grandes saltos de precios y las sequías desastrosas eran caídas del mercado” (Mandelbrot & Hudson, 2006), sin embargo, notó que lo que importaban no eran las variaciones sino la secuencia precisa, es decir, las correlaciones entre los datos pasados y los presentes, por lo que evidenció que Hurst “proporcionó una pista sobre la forma en que trabajan los mercados financieros” (Mandelbrot & Hudson, 2006) y la pregunta que surgió de esto fue ¿Cuánto del pasado conforma el futuro?, lo que lo llevó a refutar el pensamiento económico acerca de la independencia. Gracias al hallazgo en el que determina que “las correlaciones disminuyen pero tan lentamente que parecen nunca desaparecer por completo” (Mandelbrot & Hudson, 2006), Mandelbrot junto con Wallis, tomaron la potencia que Hurst llamaba K , la transformaron y en sus publicaciones de 1968 y (1969a, 1969b y 1969c) en honor a Hurst y a Ludwig Otto Hesse nombraron a este exponente como H (Mandelbrot & Hudson, 2006), H sirve como indicador para determinar si un fenómeno o una serie de tiempo presenta un comportamiento fractal, además, con este es posible demostrar que la rentabilidad se caracteriza por la dependencia de largo plazo.

Pese a lo anterior, trabajos como el de Lo (1991) señalan que el modelo propuesto por Mandelbrot (1968) no es capaz de distinguir entre memoria del corto y el largo plazo, por lo que realiza una propuesta con la cual concluye que la evidencia de dependencia de largo plazo es mínima, sin embargo dice que esta no es significativa para los mercados financieros y afirma que no hay ninguna herramienta estadística capaz de detectar esta memoria.

La importancia del hallazgo de la dependencia de largo plazo, se encuentra primero, en que la hipótesis de mercados eficientes no sería cierta debido a que no solo el valor presente es

importante para predecir el futuro, segundo, la regla de la raíz cuadrada del tiempo no sería adecuada para escalar la volatilidad ya que esta asume independencia en los retornos y finalmente, los modelos más utilizados en la valoración de activos¹² no serían los adecuados dado que su principal supuesto es el de independencia.

Otra de las propuestas que se contraponen a los supuestos de aleatoriedad e independencia la hace Engle (1982), con un nuevo proceso estocástico al que llama ARCH, este tiene como supuestos: varianzas no constantes y dependientes del tiempo en función de rezagos de sí misma y sus errores, por lo que el pasado es significativo para explicar el futuro. Engle utiliza como ejemplo la inflación del Reino Unido y demuestra, a través de MCO, que su comportamiento está lejos de ser aleatorio, demostrando así la utilidad del modelo ARCH para obtener estimaciones más realistas. Una generalización de este modelo, la propone Bollerslev (1986) a la cual llama GARCH, con el fin de tener en cuenta las varianzas condicionadas de periodos anteriores, adicionalmente, incorpora las condiciones de estacionariedad y la estructura de autocorrelación. Como aplicación de su trabajo presenta un ejemplo en la tasa de crecimiento del deflactor del PIB de Estados Unidos.

En la actualidad se han desarrollado distintos trabajos donde se aplican diferentes supuestos con los que se ha representado el imaginario de volatilidad sobre los mercados financieros entre estos se encuentran los de la tabla 1.

Dada la importancia que adquirieron los derivados en las negociaciones alrededor de los años 70 se empezaron a desarrollar modelos para su valoración, basados en el parámetro de volatilidad; uno de los más utilizados e influyentes para el caso específico de la valoración

¹² Modelos como el CAPM, la APT y el modelo de B&S.

de opciones financieras es el de Black y Scholes¹³, propuesto en 1973, el cual lleva sus nombres, y se fundamenta en la teoría del Movimiento Browniano ya que supone que el precio del activo sigue una caminata aleatoria en tiempo continuo, con una varianza constante e incondicional, así, la distribución de los posibles precios del activo al final de cualquier intervalo finito de tiempo es log normal.

Tabla 1. Aplicaciones de algunas representaciones de volatilidad en los mercados financieros

AUTOR(ES)	SUPUESTOS DE VOLATILIDAD	PRINCIPALES HALLAZGOS
León (2009)	Difusión con saltos	Estima la superficie de volatilidad para el mercado colombiano de renta fija, renta variable y cambiario, con este consigue capturar de forma armoniosa el comportamiento del precio de los activos.
Vrugt (2009)	GARCH	Analiza el comportamiento del mercado de acciones y bonos, como reacción a las noticias macroeconómicas. Como resultado este modelo es un buen estimador para la volatilidad condicional especialmente de los bonos.
Bahi (2007)	ARCH	Calcula la volatilidad en los retornos para el mercado de Capitales Argentino, determina que este modelo es aplicable a cualquier investigación empírica que implique analizar información a diferentes frecuencias además encuentra que la volatilidad no es constante ni simétrica.
Gil y Ochoa (2008)	Estocástica	Presentan un modelo ajustado al precio y a la volatilidad de la energía en Colombia, cuyas características son: exceso de curtosis, aglomeraciones de volatilidad, eventos extremos y reversión a la media. Este modelo identifica el comportamiento estocástico y determinístico relacionado con los factores estacionales.
León y Vivas (2010)	Dependencia del largo plazo	Demuestran la presencia de memoria de largo plazo en los mercados accionario y de renta fija colombianos utilizando el Rango Reescalado, con lo que presentan evidencia de persistencia significativa en ambos mercados. "De acuerdo con los resultados obtenidos para dichos mercados, (i) el supuesto según el cual los precios reflejan toda la información disponible es errado; (ii) algunas prácticas en la optimización de portafolios y la valoración de activos son cuestionables, y (iii) tal como se infiere de la revisión hecha en 2009 por el Comité de Basilea a los estándares cuantitativos para el cálculo del riesgo de mercado, la regla de la raíz del tiempo subestima significativamente el riesgo" (León & Vivas, 2010).

Fuente: Elaboración propia

¹³ Myron Scholes y Robert Merton, en 1973 obtuvieron el Premio Nobel de Economía, por contribuir a las ciencias económicas, con su nuevo método para valorar opciones.

La idea de proponer el modelo de valoración de opciones surge cuando Fisher Black, luego de obtener su título en matemáticas, ingresa a trabajar en Arthur D. Little (ADL) como investigador para la resolución de problemas informáticos y conoce a Jack Treynor quien se desempeñaba en el área de riesgos y usaba el modelo CAPM en la búsqueda de una relación adecuada entre riesgo y retorno, dicha relación llamó la atención de Black al realizar una analogía de esta frente a la teoría de equilibrio en física¹⁴ y la veía en el campo financiero como la posibilidad de realizar una combinación adecuada de activos para obtener un portafolio libre de riesgo, cuando conoció a Scholes intentaron aplicar esto, sin embargo no obtuvieron los resultados deseados, lo que los llevo a concluir que era una opción y no una acción la perfecta aproximación cero riesgo, y fue sobre este que plantearon el supuesto de neutralidad al riesgo para valorar dichos instrumentos derivados.

Como una alternativa al modelo B&S, Merton en 1975 desarrolla una propuesta para la valoración de opciones, esta se basa en que el cambio del precio de los activos no siempre es continuo, como señalan Black y Scholes, sino que algunas veces presenta anomalías que no son reconocidas por este modelo, estas las define como un proceso estocástico por saltos y es de aquí que surge el proceso de difusión con saltos. Sin embargo, Merton rescata el proceso continuo que tienen los precios en un corto intervalo de tiempo, por lo que mantiene el resto de supuestos propuestos por B&S. El uso de saltos, es una primera aproximación a la volatilidad implícita, ya que se considera variable únicamente en función del tiempo, y no explica la sonrisa que se genera por la variación en los precios de ejercicio, es por esto, que Dupire (1994), Derman y Kani (1994) y Rubinstein (1994) de acuerdo a lo señalado por Ortiz, Venegas, & López proponen un coeficiente de volatilidad conocido como beta el cual les da la oportunidad de tener en cuenta la dependencia frente a los posibles precios de ejercicio conformando lo que se conoce como volatility smile, ésta, por lo tanto, se convierte en otra representación de volatilidad la cual es el reflejo de las sentimientos de los inversionistas frente al comportamiento del mercado.

¹⁴ Previo a su graduación, Black tuvo una formación en ingeniería eléctrica, física, filosofía y lingüística los cuales no culminó por su interés pero poca pasión en los mismos.

Siguiendo los modelos propuestos por Cox y Ros (1976) (ver tabla 2) y el de Merton (1975), y basado en la propuesta de Bollerslev (1986), Duan en contraposición a la propuesta de Hull & White (ver tabla 2), en 1995 utilizó un modelo GARCH, con el cual asumía los supuestos de dependencia de la historia y variación en el tiempo, y bajo valuación neutral al riesgo desarrolló un modelo de valoración de opciones. Sus resultados le permitieron concluir que el “modelo es capaz de reflejar los cambios en la volatilidad condicional del activo subyacente, de una manera parsimoniosa” (Duan, 1995).

Aparte de las representaciones de volatilidad para la valoración de opciones expuestas, existen otras que se han desarrollado sobre este imaginario, las cuales describen inclusive comportamientos completamente estocásticos para la volatilidad y, otras señalan, que esta depende del comportamiento del precio del activo y del tiempo, los modelos propuestos con dichos supuestos se exponen en la tabla 2, adicional a estos, también se muestran algunas aplicaciones de las representaciones descritas a lo largo de este capítulo usadas en la valoración de los instrumentos derivados en contexto.

Según lo estudiado, el paso del tiempo ha traído consigo distintas percepciones acerca de la volatilidad, todas estas fueron demostradas por sus autores quienes señalaban que la volatilidad es constante o determinista, variable y condicional, o con saltos, entre otras; los supuestos desarrollados en cada una de ellas han servido para que otros personajes sustenten gran parte de los desarrollos que hoy componen la teoría financiera moderna.

Tabla 2. Aplicaciones de algunas representaciones de volatilidad en la valoración de opciones

AUTOR(ES)	SUPUESTOS DE VOLATILIDAD	PRINCIPALES HALLAZGOS
Cox y Ross (1976)	Elástica Constante de Varianza (CEV) La volatilidad cambia en el tiempo	El modelo CEV se encarga de definir la relación que existe entre la volatilidad y los precios de los activos que se generan en un periodo (Alegria, 1996). El modelo CEV, se sustenta en la idea de que existe una relación inversa entre el nivel de precios del activo y la varianza de sus retornos (Beckers, 1980). En este modelo, se asume que la volatilidad depende del precio del activo y del tiempo y es por eso que se le conoce como elasticidad constante. Según Alegria (1996), la propuesta que se hace "es que los precios del activo en un periodo no son independientes de los precios en periodos anteriores, por lo que no son, en ningún modo, caminos aleatorios".
Hull y White (1987)	Volatilidad Estocástica	Evidenciaron que no habían propuestas frente a aquellas opciones sobre activos sujetos a independiente del precio del activo, este desarrollo incorpora comportamientos totalmente estocásticos para la varianza. Para obtener la solución del precio de un opción sobre un activo con volatilidad estocástica, Hull y White utilizan la ecuación general diferencial de Garman, con sus resultados, concluyen que B&S sobrevalúa opciones ATM y subvalúa opciones OTM.
Heston (1993)	Volatilidad Estocástica	Dado que Hull & White proponen una solución compleja para la volatilidad estocástica en la valoración de opciones; ya que representa una sumatoria infinita, lo que lleva a que el proceso sea extenso, y requiera de un software con gran velocidad y capacidad de almacenamiento; (Heston, 1993) presenta un modelo de volatilidad estocástica como una solución a las complejas técnicas de valoración de opciones cuando el precio del subyacente esta correlacionado con la volatilidad. En su propuesta, Heston introduce tasas de interés estocásticas, y hace una propuesta para valorar opciones sobre tasa de cambio y bonos.
Boness (1964)	Movimiento Browniano	Propone un modelo para la valoración de opciones put y call del mercado de Nueva York, parte de supuestos como: la tasa esperada de inversión es siempre la misma, la distribución de probabilidad del porcentaje de cambios de los precios de todos los activos es lognormal y la varianza de la distribución de logaritmos es proporcional al tiempo.
Ramírez, Daza y Martínez (2011)	GARCH	Desarrollan una extensión del modelo propuesto por Duan (1995) para valorar "opciones europeas sobre el Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores (IPC). En este contexto, el modelo es capaz de reflejar los cambios en la volatilidad condicional del activo subyacente adecuadamente. Los resultados de la aplicación numérica del modelo sugieren que éste puede ser capaz de explicar desviaciones sistemicas asociadas con el modelo clásico de B&S". Su conclusión se apoya en que el modelo B&S subvalúa opciones call OTM y opciones put ITM.
Herrera y Cárdenas (2013)	GARCH	"Evalúan la aplicabilidad del modelo de tasa de interés de Vasicek (1977) para valorar opciones call y put sobre un título de renta fija colombiano". Se basan en estimaciones econométricas con procesos autorregresivos y de volatilidad. "En el avance del trabajo se encuentra que este no arroja resultados satisfactorios para las opciones sobre bonos colombianos, debido al alto valor de las primas. Sin embargo, ajustando el modelo con parámetros basados en criterios empíricos, se obtienen cifras más consistentes".
Lorenzo (1995)	Difusión con saltos	En su tesis Doctoral, realiza el estudio de las opciones sobre acciones de Telefónica (TEFA). Entre sus hallazgos, evidencia que las acciones tienen un comportamiento cambiante, siguen una distribución leptocurtica, apuntalada en el centro y con colas anchas, lo que la lleva a rechazar el supuesto de normalidad; adicionalmente muestra que la serie no es independiente por lo que rechaza el supuesto de aleatoriedad. Al aplicar un método de difusión con saltos, llega a la conclusión de que los resultados por Merton (1975) y Black & Scholes (1973) son comparables.

Fuente: Elaboración Propia

Todos los modelos sobre la volatilidad tienen en común tratar de explicar la variación en los precios, dicho fenómeno es algo con lo que las personas interactúan de distinta manera por lo que su visión acerca del mismo es diferente y tratan de usar supuestos para aproximarse. Por lo tanto, la existencia de múltiples aproximaciones a través de las representaciones, sustenta la volatilidad como un imaginario ya, que no tiene un único modelo que dé cuenta de su comportamiento.

Acorde con el contexto de las personas, las representaciones surgen para simplificar el comportamiento de los precios con el objetivo de resolver algún interrogante o problema. Muchas de las representaciones usadas en el área financiera nacen a partir de analogías que se realizan frente a comportamientos derivados de las ciencias u otras disciplinas las cuales, al ser combinadas, sirven para explicar problemáticas en cualquier escenario “La ciencia no es una parte del conocimiento, es una forma de aprender acerca del mundo” (Weatherall, 2013).

Los modelos no tienen la palabra final “el peligro más grande que enfrentan quienes desarrollan modelos matemáticos es la creencia de que sus modelos, hoy son la última palabra del mercado” (Weatherall, 2013); no existe la perfección de éstos, por lo que siempre está latente la necesidad de mejorar o desarrollar nuevas representaciones.

CAPÍTULO 2. LA VOLATILIDAD EN EL MARCO DE LOS MERCADOS FINANCIEROS.

“Los mercados por si solos responden a la realidad del cambio económico, nuevas regulaciones y quizá lo más importante, la innovación”

James Weatherall

Los mercados financieros son algunos de los escenarios que reflejan una parte de las condiciones de una economía y las expectativas de sus agentes. Así mismo, dichos mercados están expuestos a las pérdidas, provocadas por distintos factores que ponen en evidencia la variedad de riesgos a considerar en todas las negociaciones; en ese orden de ideas, el presente capítulo parte del concepto de mercados para dar a entender que, dadas sus características, es allí donde se gestan las diferentes modalidades del riesgo, por lo que también se hace un barrido histórico y teórico con el fin de explicar cómo las pérdidas tomaron mayor importancia¹⁵ en las transacciones además de las principales circunstancias que pueden generarlas. Por otra parte, considerando que la constante variación en los precios es una de las responsables de las desvalorizaciones concebidas en el riesgo de mercado y, que por tal es uno de los factores en los que su medición es más enfática, se describen algunas de sus generalidades haciendo énfasis en la normatividad nacional e internacional vigente para su respectiva medición y control.

2.1. Mercados financieros

El concepto de mercado desde el punto de vista más primitivo es aquel escenario donde dos o más agentes económicos –personas, empresas y gobiernos– se reúnen para intercambiar

¹⁵ Provocando que el mundo se preocupara por desarrollar distintas metodologías de medición para mitigar su impacto, que a su vez, son resultado de una gran cantidad de analogías con otras ciencias y/o disciplinas.

productos que poseen en abundancia a cambio de aquellos de los que carecen. Las primeras civilizaciones se encargaban de realizar trueques e intercambios simples de mercancías, tras aparecer el dinero, las negociaciones se tornaron más amplias en la medida que el recibir cantidades monetarias por un bien, permitía que se adquirieran mayor cantidad de productos y a la vez la participación en otros mercados. Existen dos tipos de mercados, los de productos y los de factores, en el primero de ellos se intercambian bienes y servicios, mientras que en el segundo se adquiere trabajo y capital, luego, todo lo que se negocie en un mercado independientemente del tipo se denomina activo, cuya característica principal es que posee y tiene un valor de cambio (Mascareñas, 2013).

Hoy en día no es necesario que los mercados se desarrollen en espacios físicos principalmente, por el contrario, productos agrícolas y materias primas de orden tradicional como el algodón, el petróleo, el maíz, el trigo, el carbón, los metales preciosos no solo se negocian en las plazas dispuestas para ello, conceptos como la globalización han permitido que gran parte de las negociaciones trasciendan a escenarios virtuales que hacen que las decisiones que se tomen en cualquier mercado y por tanto afecten el comportamiento de los demás.

Los mercados financieros son un escenario donde confluyen agentes con superávit y déficit de capital que logran intercambiar recursos a través de una serie de intermediarios “cumplen una función económica esencial de canalizar fondos de hogares, firmas y gobiernos cuyos egresos son menores que sus ingresos, hacia aquellos que solicitan dichos recursos dado que sus egresos superan sus ingresos” (Mishkin, 2007). Como es evidente, involucran a grandes agentes como compañías, instituciones y gobiernos de todo el mundo con el objeto de que éstas logren apalancarse para efectuar satisfactoriamente sus proyectos y/o procesos por medio de los recursos de agentes más pequeños como las personas u otros agentes que las catalogan como inversión.

2.1.1. Estructura de los Mercados Financieros

Teniendo en cuenta la función que desempeñan y, en consideración de lo expuesto por Mishkin en 2007, los mercados financieros pueden ser clasificados según los criterios recopilados en la tabla 3.

Tabla 3: Criterios para la clasificación de los mercados financieros.

Mercados de Deuda y Patrimonio	Mercados Primarios y Secundarios
Deuda: Recepción de recursos a cambio del pago de intereses periódicos a una tasa y hasta un vencimiento determinado en el que se devuelven los recursos. Emisión de bonos.	Primarios: Recepción de recursos de manera directa entre inversionistas y emisores.
Patrimonio: Distribución de la propiedad. Emisión de acciones de las que se espera incrementen su valor.	Secundarios: Libre juego de oferta y demanda de títulos acuerdo a eventos y expectativas relacionadas con los emisores.
Mercados Organizados y OTC	Mercados de Dinero y de Capitales
Organizados: confluyen todas las operaciones en un solo escenario con la intervención de intermediarios y entidades reguladoras.	Dinero: canaliza recursos que favorecen la inversión y el crédito al corto plazo. Captación y colocación de dinero por medio de diferentes productos financieros.
OTC: negociaciones de mayor informalidad, sin intermediarios, inexistencia de un organismo o eje central en el que confluyan las operaciones.	Capitales: interacciones de oferta y demanda enfocados hacia la inversión al largo plazo y la especulación.

Fuente: Elaboración Propia

2.2. Concepto de riesgo, historia, clases y principales características.

2.2.1. Consideraciones Generales

El riesgo es la posibilidad de que los participantes de un mercado incurran en pérdidas. Todas las decisiones que se toman en finanzas ya sean de inversión, ahorro, o semejantes,

tienen un enfoque que siempre trata de mitigar la posibilidad de que se incurra en cualquiera de las modalidades del riesgo, como bien lo dicen Vilariño, Pérez, & García “El comercio y el riesgo son inseparables, desde los orígenes de la humanidad los comerciantes han tratado de aliviar y en lo posible, eliminar el riesgo imputable a cada estrategia para asegurarse la estabilidad en los suministros o en los precios.” (Vilariño, Pérez, & García, 2008).

Gran parte de la estructura de un sistema financiero responde a una eficiente distribución del riesgo. El sistema bancario internacional ha experimentado cambios significativos durante los últimos 25 años, puesto que muchos bancos se han vuelto globales producto de la alianza y combinación de actividades con otras entidades financieras por lo que han aumentado el tamaño de sus carteras. Contrario a lo que pasaba hace unas décadas, hoy es más común encontrar un banco que no solamente ofrece oportunidades de crédito o ahorro, sino que, incursiona en mercados como la asesoría, la fiducia, los seguros entre otros que dan valor agregado a su objeto social, pero al mismo tiempo, hacen más complejos los sistemas financieros y atraen mayores modalidades y cantidades de riesgo.

Por lo anterior, la forma como el riesgo ha logrado evolucionar ha provocado que las tareas relacionadas con identificar, medir, controlar y monitorear el riesgo, adoptaran mayor complejidad. El gerente de nuestros días debe procurar que en el desarrollo de su negocio se presente una adecuada relación riesgo-retorno que, le garantice según su perfil, la cobertura y gestión de los riesgos a los que se enfrenta, por lo que entre otras cosas “define políticas y estrategias para la adecuada gestión, arma su portafolio de activos y sus respectivos instrumentos de cobertura y provisión” (Vilariño, Pérez, & García, 2008), entre otras que le permiten mantener el normal desarrollo del objeto social de la compañía que dirige.

Desde hace poco más de veinte años, los clientes que demandan servicios financieros han aumentado sus perfiles de riesgo, por lo que están dispuestos a asumir mayor riesgo en busca de un mayor retorno, mientras que la actividad bancaria ya no solo se limita a ver si la tasa de un préstamo es alta, sino también que dicha tasa compense todos los riesgos que se asumen, por lo que el riesgo se convirtió en el primer aspecto en la toma de decisiones. Muchas veces, una compañía puede tener una esperanza de retorno muy alta pero tiene que rechazarlo por el riesgo que implica, de las tareas más complicadas para los financistas en cuanto al riesgo se refiere es cuantificarlo y darle un precio.

2.2.2. Antecedentes y evolución del riesgo en la historia.

Una de las herramientas principales de la evaluación del riesgo son las matemáticas, dicho instrumento es usado desde la época del renacimiento alrededor del siglo XVI, en la estimación de los eventos en los juegos de azar principalmente con dados y cartas; el objetivo de estas prácticas era encontrar mayores probabilidades que permitieran obtener determinadas ganancias.

Las investigaciones de Chanona & De León (2006) y de Zorrilla (2003) acerca del riesgo y la probabilidad, coinciden en que la medición de las posibles pérdidas tiene sus principales raíces en los avances de las matemáticas y la probabilidad. Los estudios de fenómenos aleatorios vinculados al juego que hasta ahora se habían trabajado vendrían a ser recopilados y formalizados en Francia por Pascal, Fermat y de Meré alrededor del siglo XVII; con la ayuda del algebra y el cálculo diferencial e integral, estos hombres dieron mayor rigurosidad a los métodos para la cuantificación del riesgo a través de la contabilidad, que ya no solo tenía aplicación en los juegos de azar sino que logró incursionar las barreras de los seguros y las inversiones que para la época ya hacían parte de las negociaciones que se hacían en torno a los viajes y transporte de mercancías por

medio marítimo además de otras ciencias como la medicina, la física y los pronósticos del clima.

Más tarde, durante el siglo XVIII se darían los desarrollos más relevantes entre los que se destacan los nuevos planteamientos de Jacob Bernoulli con la teoría de los grandes números en 1713, reforzada y llevada al riesgo por Daniel Bernoulli en 1730 con el concepto de utilidad y valor esperado quien asoció las curvas de utilidad con el nivel de riesgo que se debe asumir para alcanzarlas, por los mismos años De Moivre dio los primeros pasos en la concepción de la distribución normal y el cálculo de la desviación estándar que como es bien conocido ya en el siglo XIX sería lo que le daría un gran reconocimiento a Gauss.

Como lo anotan Sarmiento & Vélez (2007), el siglo XX se caracteriza por la innovación de productos financieros además de los hechos del panorama social y, el notable crecimiento de las economías que se tradujeron en escenarios que trajeron consigo la adaptación de nuevos riesgos con influencia capaz de provocar los más grandes desastres económicos y financieros. Para el periodo en contexto, la volatilidad se desarrolló en mayor medida en variables como los precios, tipos de cambio, tasas de interés, entre otras; que llevaron al Nobel de Economía, Harry Markowitz, a mediados del siglo XX a plantear la teoría de diversificación de portafolios con activos de distinta correlación. Una de las derivaciones más importantes del legado de Markowitz fue la realizada por William Sharpe quien plantearía el reconocido modelo CAPM, una revolucionaria herramienta perfeccionada y refutada a la vez por muchos teóricos a través de modelos como el APT de Ross, las adecuaciones de Fama y French, Tobin, Merton y Miller quienes en los 70's brindaron aproximaciones con propuestas de inversión en el mercado basado en sus rendimientos y en consideración de una prima de riesgo.

La llegada del siglo XX significó una etapa que marcó las negociaciones debido a la aparición de los derivados, enfocados en primera instancia hacia la negociación de materias primas mejor conocidas como *commodities*, los derivados representaron una inteligente maniobra del hombre en su intento por hacer del riesgo algo evitable, alternativas como los contratos futuros, forwards, opciones y swaps, brindan la posibilidad de anticiparse a los hechos fijando unas condiciones determinadas de negociación desde un momento previo, con lo que una vez ocurrida la eventualidad las posibles pérdidas o utilidades ya se encuentran consideradas. No obstante este mercado aún requiere de nuevos desarrollos, y el aumento de agentes negociadores, así mismo, dada la operatividad de los mismos hace que se incurran en otras modalidades del riesgo.

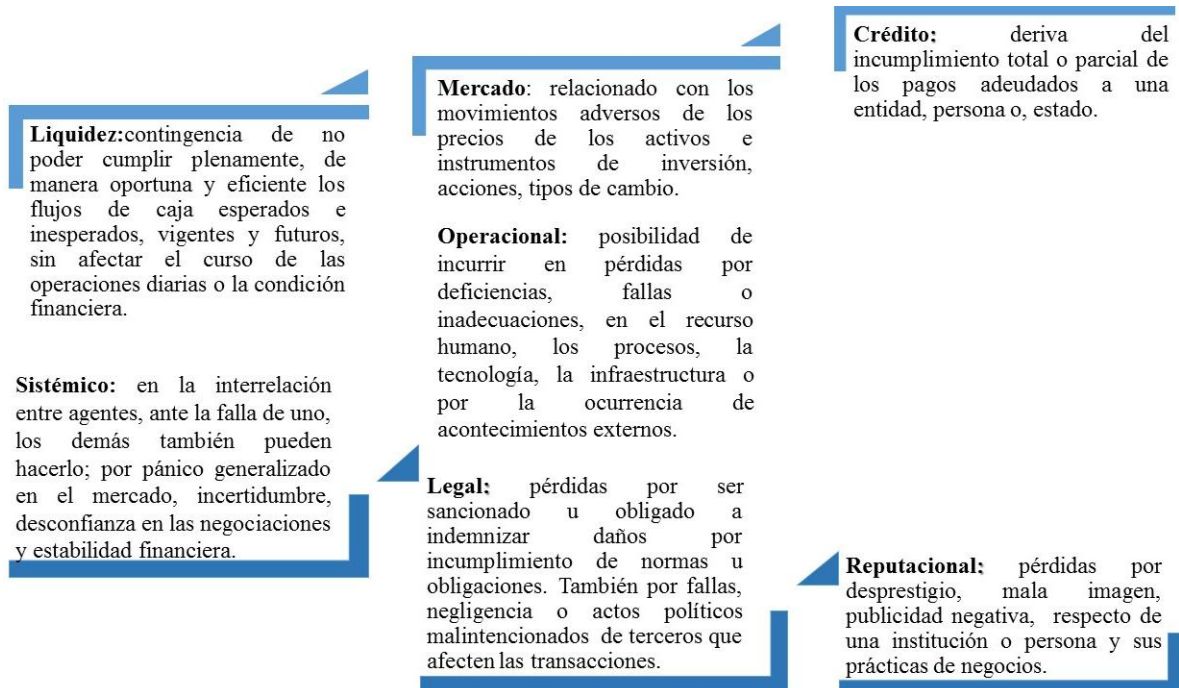
El riesgo no deja de ser inminente teniendo en cuenta que existe la interacción y la influencia de gran cantidad de agentes en mercados globalizados que los hace dependientes unos de otros, sin embargo, a pesar de la gran cantidad de crisis y depresiones así como de la amplia complejidad de los sistemas y mercados financieros, existe persistencia en el desarrollo de técnicas y metodologías para el tratamiento del riesgo, muestra de ello son métodos alternos como las desarrolladas por asociaciones como la Prediction Company fundada por Dooyne Framer y Norman Packard en los 80's quienes por medio de los planteamientos de la teoría del caos fundamentada en las redes neuronales; la inteligencia artificial es el reflejo de algunas de las herramientas de carácter alternativo que actualmente se proponen para la medición del riesgo.

2.2.3. Taxonomía del riesgo en los mercados financieros

Debido a la variedad de factores que pueden generar pérdidas en las negociaciones, entre las que se encuentran las provocadas por variaciones en los precios, incumplimiento de terceros, falencias en la liquidez y/o solvencia, fallas humanas o tecnológicas que son consideradas por los principales entes reguladores nacionales e internacionales; el gráfico 1,

muestra una síntesis de las principales clases y definiciones que son consideradas por los mismos en cuanto al riesgo en los mercados se refiere.

Gráfico 1: Principales clases de riesgo en los mercados financieros



Fuente: Elaboración Propia según las definiciones de la SFC.

2.2.4. Generalidades del Riesgo de mercado

Considerando que uno de los enfoques de la presente investigación es el mercado de renta fija y en vista de que este es una ramificación de los mercados financieros, resulta importante conocer lo que es el riesgo de mercado y las medidas que se han desarrollado a nivel mundial y en Colombia para medirlo, mitigarlo o cubrirlo; hay que mencionar, además que la volatilidad – a la cual se le hace énfasis en el proyecto – es la medida

fundamental del riesgo de mercado, y los derivados son considerados como instrumentos de cobertura frente a este tipo de riesgos; por consiguiente resulta esencial presentar un contexto que abarque de forma general una definición y material existente en temas regulatorios del riesgo de mercado.

Existen una serie de acuerdos de capital para la supervisión bancaria emitidos por el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea; éstos, son recomendaciones sobre regulación que deciden adoptar varios países a nivel mundial entre los que se encuentra Colombia. El Comité de Supervisión Bancaria de Basilea, establecido por los presidentes de los bancos centrales del grupo de los diez (G-10), tuvo su origen en septiembre de 1974 luego de que el Herstatt Bank en Colonia fuera liquidado por los reguladores alemanes debido al retraso en el pago a la contraparte, debido a una diferencia de horarios en la operación en moneda extranjera con otros bancos en el exterior. Este comité está encargado de desarrollar principios y reglas sobre prácticas de regulación.

Para la década de los 70s, la banca comercial comenzó a involucrarse con los países de la región Latinoamericana lo que generó un incremento en la deuda externa. Para agosto de 1982, México anunció la suspensión unilateral del pago de su deuda externa, y esto dio inicio a la crisis de deuda externa, que estuvo acompañada de crisis bancarias domésticas; todo esto tuvo su origen, entre otras cosas, en el reciclaje de petrodólares, en el comportamiento de los bancos, las políticas de las naciones deudoras y, cambios en las tasas de interés y cambiarias.

Debido a todos los inconvenientes generados por la crisis, en diciembre de 1987, el comité emitió el documento de consulta “Propuestas para la convergencia internacional sobre estándares para la medición de capital” y, en julio de 1988 en el BIS, publicó el Acuerdo de Capital de Basilea denominado “International Convergence of Capital Measurement and

Capital Standards” también conocido como Basilea I. Éste acuerdo establecía un monto de capital mínimo que debían tener las instituciones crediticias en función de los riesgos que afrontaba, este capital, para efectos de supervisión, debía dividirse en dos: nivel 1 (Tier 1) y nivel 2 (Tier 2)¹⁶; el primero estaba compuesto de las reservas de utilidades acumuladas después de impuestos y, el segundo, por los demás elementos del patrimonio, todo esto debía traducirse en un nivel de solvencia de mínimo el 8%. El primer acuerdo de capital, no incluía nada en cuanto a riesgo de mercado, por esa razón y dada la necesidad, en enero de 1996 emiten la “Enmienda al Acuerdo de Capital para Incorporar Riesgo de Mercado”, por su nombre en inglés¹⁷ “Amendment to the capital accord to incorporate market risk”.

El Comité de Supervisión Bancaria de Basilea define el riesgo de mercado como “el riesgo de pérdidas de las posiciones dentro y fuera de la hoja de balance debido a movimientos en los precios de mercado” (Basle Committee on Banking Supervision, 1996), estas posiciones están relacionadas con activos que contengan tipos de interés, tipos de cambio, acciones y materias primas. A pesar de la generalidad del documento, el comité les da a las autoridades nacionales encargadas de la supervisión en cada país el derecho de seguir controlando los riesgos de mercado de las entidades de manera individual para evitar que los desequilibrios dentro de un grupo afecten al sistema financiero.

¹⁶ Para ampliar el tema de los niveles de capital de Basilea I puede revisar el documento Basle Committee of Banking Supervision (1988) en el siguiente link <http://www.bis.org/publ/bcbs04a.pdf>

¹⁷ Algunos de los antecedentes a esta enmienda son: (I) Nick Leeson, un operador del mercado de derivados que trabajaba en la subsidiaria del banco inglés Baring en Singapur, sufrió pérdidas que rebasaban en exceso el capital del banco y llevó a la quiebra a la institución en febrero de 1995 con pérdidas de más de 1.300 millones de dólares. (II) Bob Citron, el Tesorero del condado de Orange en los Estados Unidos, invirtió en posiciones altamente riesgosas que se tradujeron en más de 1.700 millones de dólares, con el alza en las tasas de interés registradas en 1994. (III) Toshihide Iguchi un operador que manejaba posiciones en mercado de dinero en Daiwa Bank perdió 1.100 millones de dólares en 1995. (IV) Yasuo Hamanaka, un operador de contratos de cobre en Sumitomo Corp. perdió en junio de 1996 1.800 millones de dólares.” (Mora, y otros, 2006)

Dentro de la Enmienda, el comité propone dos métodos de medición de riesgos de mercado el primero se basa en una metodología estandarizada y, el segundo, en una metodología interna. En el anexo 1 se puede ver la división que hace el comité en términos de cada uno de los riesgos de mercado de acuerdo a la metodología estandarizada. Dentro de dichos riesgos, se evalúan una serie de parámetros, por ejemplo, respecto al riesgo de tasa de interés se tiene un riesgo específico que es un “requerimiento de capital que está diseñado para proteger contra movimientos adversos en el precio de un título valor debido a factores relacionados con el emisor” (Basle Committee on Banking Supervision, 1996), también se encuentra el riesgo general de mercado que es “un requerimiento de capital diseñado para capturar el riesgo de pérdida debido a cambios en las tasas de interés” (Basle Committee on Banking Supervision, 1996).

La metodología interna consiste en que las instituciones pueden desarrollar su propia metodología para la medición del riesgo de mercado siempre y cuando, cumplan con unos requisitos tal como se muestra en el anexo 2. El comité indica que el modelo interno, luego de cumplir con los requisitos debe ser autorizado y aprobado por la autoridad encargada de la inspección, vigilancia y control del sistema financiero de cada país para que pueda ser aplicado dentro de la institución, de lo contrario se aplicara el modelo estándar.

Dadas las nuevas exigencias del mercado frente a los riesgos financieros y, teniendo en cuenta que Basilea I consideraba que todos los créditos tenían la misma probabilidad de incumplimiento, el comité decidió publicar Basilea II con el nombre de “*Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: a Revised Framework*” en junio de 2004. Basilea II está dividida en tres pilares fundamentales, el primero trata de los requerimientos mínimos de capital; el segundo, habla del proceso de supervisión bancaria y; el tercero, de la disciplina del mercado. En términos de riesgo de mercado Basilea II no incluye ninguna modificación a la Enmienda al Acuerdo de Capital.

En respuesta a la crisis financiera mundial que estalló en el año 2007, el comité, conformado por los países del G-20, decidió reunirse y, en el 2009 dio a conocer las propuestas de mejora con la revisión de Basilea II; en junio de 2011 publicaron Basilea III cuyo nombre es “Basel III: A global regulatory framework for more resilient Banks and banking systems”. Este documento, presenta una serie de reformas para fortalecer la regulación, supervisión y gestión de riesgos del sector bancario. Estas modificaciones están dirigidas a cada entidad de manera individual por una regulación micro-prudencial y a riesgos sistémicos que pueden acumularse en todo el sector bancario por una regulación macro-prudencial.

Basilea III a diferencia de Basilea II, de acuerdo a los hallazgos en Basel Committee on Banking Supervision publicados en 2004 y 2011, trae las siguientes modificaciones en cuanto al riesgo de mercado:

- Riesgo de mercado general: incrementan los componentes de los requerimientos de capital, por la creación de un “*valor en riesgo*” estresado más estricto.
- Riesgo específico: aumentan los riesgos de titularización de activos y el capital de riesgo y se le da más importancia al capital de riesgo lo que lleva a un incremento de los requerimientos mínimos de capital.
- Valoración adicional a las posiciones menos líquidas.

Basilea III, haciendo énfasis en los derivados OTC, considerados por el G-20 como una de las posibles causas de la actual crisis financiera por la falta de transparencia y al propiciar un riesgo sistémico, propone nuevas métricas para el riesgo de mercado entre las que se pueden mencionar las siguientes:

- CVA: pérdidas inesperadas por riesgo de contraparte en el valor de mercado de los derivados negociados.
- IRC: riesgo de incumplimiento y migración en la cartera de negociación (bonos y derivados de crédito).
- CRM: riesgos de incumplimiento, correlación y tasa de recuperación de las carteras de trading de correlación de crédito.
- VaR estresado o Stressed VaR: VaR calculado con datos de mercado de un periodo de stress.

2.2.4.1. Riesgo de mercado en Colombia y su regulación

En el año 1923, bajo la presidencia de Pedro Nel Ospina, se constituye el Banco de la República, y en este mismo gobierno, se consolida la misión Kremmerer, cuyo objetivo era estabilizar y controlar los recursos del Estado y la moneda, por lo que fueron creadas la Contraloría General de la República y la Superintendencia Bancaria, y es, con lo anterior, que inicia el control de riesgos de mercado y de crédito como límites de tasa de interés y algunas condiciones para la colocación de préstamos (ASOBANCARIA, 2009).

Los antecedentes a la implementación de los acuerdos de Basilea en Colombia, como señalan Martínez & Calderón (2003) inician con la misión Kremmerer que acogía la Ley 45 de 1923 como regla de solvencia. No obstante con la crisis de los años 80 fue evidente que esta legislación no funcionaba ya que, el patrimonio se veía cada vez más deteriorado, por lo que se planteó la opción de adoptar el acuerdo de Basilea como fórmula de capitalización del sistema bancario, así las cosas fue para el año 1989 por decisión de la Junta Monetaria que Basilea entró en vigencia en Colombia. La normatividad aplicada en temas de medición, control y gestión de riesgos de mercado en Colombia, tiene su origen en la Resolución 001 de 1996, la Circular Externa 88 de 2000, el Decreto 1720 de 2001 y

Circular Externa 042 de 2001 del Gobierno Nacional que establece que los riesgos de mercado tienen una incidencia directa en el patrimonio requerido de los establecimientos de crédito (SFC, 2001).

En Colombia, las reglas referentes al riesgo de mercado basadas en el acuerdo de Basilea, se encuentran en el documento “Capítulo XXI Reglas aplicables a la gestión de los riesgos de mercado” publicado por la SFC. Dentro de ese documento la SFC define riesgo de mercado como *“la posibilidad de incurrir en pérdidas asociadas a la disminución del valor de los portafolios o a caídas del valor de los fondos o patrimonios que las entidades administran, ocurridos como consecuencia de cambios en el precio de los instrumentos financieros en los cuales se mantienen posiciones dentro o fuera del balance”* (SFC, 2007).

La SFC señala que todas las entidades vigiladas deben diseñar y adoptar un SARM, el cual debe contar con políticas en materia de administración de riesgos; procedimientos de gestión de los riesgos de mercado; una metodología (interna o estándar) de medición de los riesgos de mercado y, procedimientos de control del sistema de administración de los riesgos de mercado que, permitan identificar, medir, gestionar y controlar los diferentes riesgos de mercado a los que está expuesta la entidad.

Los riesgos de mercado a los que están expuestas las entidades en Colombia son: tasa de interés en moneda legal, tasa de interés en moneda extranjera, tasa de interés en operaciones pactadas en UVR, tipo de cambio, precios de acciones e inversiones realizadas en carteras colectivas. Los modelos internos para la medición de riesgo de mercado, de acuerdo a lo propuesto por Basilea según la SFC, deben cumplir con los parámetros expuestos en el anexo 3. Estas reglas se complementan con las establecidas por Basilea, ya que la SFC se basó en la propuesta realizada en el marco de este documento. Las pruebas de desempeño o, de backtesting propuestas por la SFC tienen como fin determinar la

consistencia, precisión y confiabilidad de los valores en riesgo (SFC, 2007), por lo tanto, de acuerdo a esto, se realizaran ajustes con factores multiplicativos propuestos en el documento de la SFC.

Para concluir, la evolución de los mercados financieros a lo largo de la historia, la inclusión de nuevos productos, la creación de nuevos y variados mercados y la interrelación que se ha creado entre las economías, han llevado a que el riesgo se convierta en parámetro fundamental en la toma de decisiones; esto como consecuencia de los grandes desastres económicos que se han presentado en la historia. Como resultado de lo anterior, surge la necesidad en el hombre por crear herramientas que le permitan medir y controlar los riesgos. Los acuerdos de capital Basilea I, II y III, han cumplido un papel fundamental en cuanto a las medidas adoptadas para la medición y control de riesgos; cabe resaltar además que la inclusión del riesgo de mercado en los acuerdos ha sido esencial para medir, monitorear y controlar los riesgos de pérdida de las posiciones debido a movimientos en los precios; todo esto gracias a las propuestas de metodología interna y estandarizada que también ha decidido adoptar Colombia.

CAPÍTULO 3. CONTEXTO Y RIESGO DEL MERCADO DE RENTA FIJA EN COLOMBIA

“Vivimos en un mundo incierto, pero la mayoría de los instrumentos de los que disponemos a la hora de evaluar decisiones, no recogen totalmente esa incertidumbre; el análisis conlleva un grado de certidumbre irreal”

Martha Amram y Nalin Kulatilaka

Como se vio en el capítulo anterior, los riesgos financieros siempre han estado presentes en todos los mercados, por lo cual, y en vista de que en esta investigación se habla del mercado de renta fija, resulta importante dedicarle un capítulo al riesgo de este mercado. Por otra parte, al ser considerado este mercado como el menos riesgoso, es fundamental definir aquellos parámetros que muestran los riesgos existentes en el mercado para justificar la propuesta del uso de opciones financieras como instrumentos de cobertura.

Partiendo del concepto, forma de operar y activos que componen el mercado de renta fija, el contenido del presente capítulo da cuenta del papel que desempeñan las negociaciones en torno a este tipo de inversiones en Colombia y Latinoamérica; son precisamente los hallazgos con respecto a la importancia de la renta fija los que hacen que la investigación se incline por dirigir todas sus propuestas acerca del uso de distintas representaciones del imaginario de volatilidad como parámetro fundamental para la valoración de opciones, hacia la medición y mitigación del riesgo de mercado en renta fija en uno de sus títulos más representativos dada la liquidez que lo caracteriza a nivel nacional, como lo es el TES con vencimiento en julio de 2024. Las posibles pérdidas en esta clase de títulos son consecuencia de las variaciones al alza en tasa de descuento, luego de identificar su importancia, los siguientes escritos exponen la metodología tradicional para calcular el valor de un bono a partir de una tasa de descuento determinada, y la demostración

matemática de las principales medidas del riesgo que se han desarrollado orientadas al efecto de los cambios en tasa en el valor de un activo de tales condiciones.

3.1. Mercado de renta fija

El mercado de renta fija es aquel escenario donde se compran y venden valores de deuda, generalmente en forma de bonos, que son aquellos cuyos rendimientos son determinados o determinables al momento de ser emitidos. En Colombia, se realizan emisiones de deuda por el gobierno, entidades del sector financiero y empresas del sector real que necesitan financiar deuda o algún proyecto específico.

Según el plazo y la forma de pago de rendimientos, existen diferentes tipos de títulos de renta fija que se negocian en esta clase de mercado entre los que se encuentran los de la tabla 4.

Tabla 4: Clasificación títulos según plazo y forma de pago

Tipos de títulos	Características
Títulos al descuento	<ul style="list-style-type: none"> * Son de corto plazo * Su valor final es igual a su valor nominal * No tienen tasa cupón * Se valoran únicamente con tasa de mercado
Títulos al vencimiento	<ul style="list-style-type: none"> * Tienen tasa cupón (fija o indexada) * Son valorados con tasa de mercado * Son de corto plazo * No tienen accidentes financieros
Títulos con flujos de caja o accidentes financieros	<ul style="list-style-type: none"> * Son de corto y largo plazo * Tienen pagos parciales de capital y/o cupones durante la vida del título * Se negocian con tasa de mercado * Tienen tasa cupón (fija o indexada)

Fuente: Elaboración propia

Los rendimientos de dichos títulos son determinados por el emisor, por lo que el inversionista los conoce en el momento de efectuar la negociación; estos activos representan préstamos que las empresas o las instituciones públicas reciben de los inversores; aunque no confieren derechos políticos a su tenedor sino derechos económicos (CNMV, 2006).

Los valores de renta fija son títulos considerados de contenido crediticio, por lo que el emisor se obliga con el inversionista a devolver el capital e intereses en un periodo de tiempo determinado. Adicional a los ya nombrados, los títulos de renta fija, de acuerdo a sus emisores y tipo de moneda, se clasifican en bonos nacionales y bonos internacionales; los primeros, son emitidos por entidades nacionales en la moneda local; los segundos, unos emitidos por emisores extranjeros en la moneda local y otros emitidos por residentes o extranjeros en moneda extranjera.

Existe otra clasificación de los valores de renta fija apoyada por BVC considerando al gobierno y a las entidades privadas como emisoras, por lo que se les conoce como deuda pública y privada respectivamente.

Tabla 5: Clasificación de títulos de renta fija

Título	Definición	Tipos
Deuda pública	Son títulos emitidos por entidades públicas con un plazo determinado para su redención, los más negociados en Colombia son los títulos de tesorería TES, estos fueron creados por la ley 51 de 1990.	<ul style="list-style-type: none"> * TES clase A: fueron emitidos para sustituir la deuda contraída en OMAS realizadas por el Banco de la República. * TES clase B: fueron creados para obtener recursos para apropiaciones presupuestales y efectuar operaciones temporales de la Dirección del Tesoro.
Bonos	Son valores que representan una parte proporcional de un crédito colectivo a cargo de un emisor	<ul style="list-style-type: none"> * Bonos ordinarios: tienen las características generales de los bonos. * Bonos convertibles en acciones: redimidos por el emisor entregándole al inversionista acciones emitidas por el emisor del bono. * Bonos sindicados: emitidos por varios emisores. * Bonos emitidos por organismos multilaterales: son operaciones de cambio. * Bonos Hipotecarios: títulos valores de contenido crediticio emitidos por establecimientos de crédito para la construcción de vivienda y la financiación de largo plazo. * Bonos de riesgo: emitidos por empresas sujetas a acuerdos de reestructuración empresarial.
Papeles comerciales	Son pagarés (promesas incondicionales de pagar una determinada suma de dinero). Su plazo debe ser superior a (15) días e inferior a (1) año	
Certificados de depósito a término	Valores emitidos por entidades financieras autorizadas para el efecto, que representan un capital recibido por tales entidades y el cual está sujeto a devolución al depositante dentro de un plazo determinado (no puede ser inferior a (1) mes).	
Aceptaciones bancarias	Son letras de cambio giradas por una empresa a favor de un banco.	

Fuente: Elaboración propia con información de la BVC (2014)

3.2. Evolución del mercado de renta fija en Colombia

El reconocimiento de la evolución del mercado de renta fija Colombiano, haciendo énfasis en el periodo de estudio, propicia un escenario adecuado para el desarrollo de nuevas herramientas de medición de riesgos y cubrimiento de los mismos, lo que le da a la

investigación unas bases fuertes en cuanto a justificación. Esa es la razón por la que en este apartado se presenta de manera general lo que ha ocurrido con dicho mercado desde el año 2006.

El mercado de renta fija colombiano es muy utilizado para la financiación de proyectos y gastos de inversión públicos y privados, esto se evidencia con su participación del 91% en el volumen total del mercado colombiano (Valderrama, Martínez, González, & Ramírez, 2012) ; a nivel Latinoamérica es el tercer mercado más grande, lo que determina sin duda alguna la gran importancia de la renta fija en Colombia.

Ahora bien, respecto al comportamiento del mercado de renta fija colombiano desde el año 2006, Valderrama, Martínez, González, & Ramírez (2012) en su trabajo titulado “ Mercado de Renta Fija Colombiano, Evolución y Diagnóstico” muestran que el mercado de renta fija colombiano ha tenido tres fases comprendidas entre 2002 y 2006, 2007 y 2008 y, 2009 en adelante; donde lo más relevante se muestra a continuación (Valderrama, Martínez, González, & Ramírez, 2012) :

- a.** Etapa de crecimiento (2002 a 2006):
 - i.** Una nueva dinámica tanto en oferta como en demanda: por la sustitución de deuda externa por deuda interna, y por la creación de la curva de rendimientos del gobierno que generó las condiciones para la emisión de notas a mediano y largo plazo.
 - ii.** Los agentes y la infraestructura de negociación en el mercado se renovaron: se implementó el sistema electrónico multilateral MEC y hubo la necesidad de agentes especializados que se encargaran e la distribución de títulos.

- iii.** Se implementaron los mecanismos que mejoraron la distribución de información: en 2002, los supervisores del mercado de valores y bancario exigieron a las entidades vigiladas valorar a precios de mercado las inversiones de renta fija e iniciaron la publicación de precios de la valoración de activos.

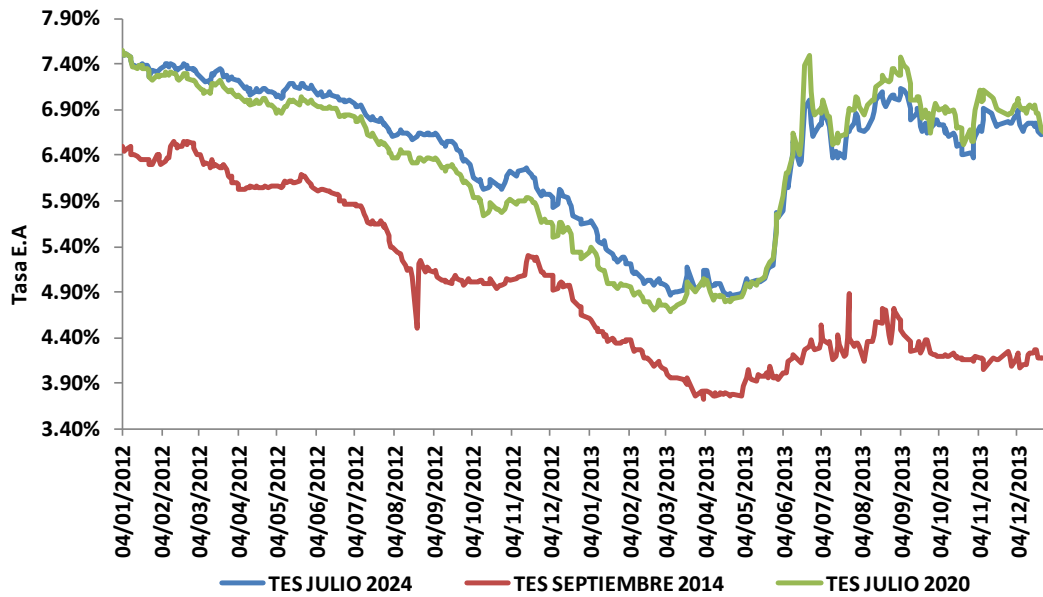
- b.** Contracción en la liquidez (2007 a 2008): debido a:

 - i.** Disminución de los precios de los TES: un ejemplo de ello fue TES2020 que perdió el 27% de su valor, los bancos redujeron a la mitad sus inversiones en TES.

- c.** Recuperación no sostenida (2009 en adelante):

 - i.** El Banco de la República disminuyó su tasa de intervención e incrementó la liquidez en el mercado, estos movimientos a la baja generaron fuertes valorizaciones en los instrumentos de renta fija.
 - ii.** Economía en aceleración: crecieron las presiones inflacionarias, la tasa de intervención incrementó, lo que llevo a que las negociaciones mantuvieran una tendencia decreciente.

Gráfico 2. Comportamiento de las Tasas de Mercado de los TES



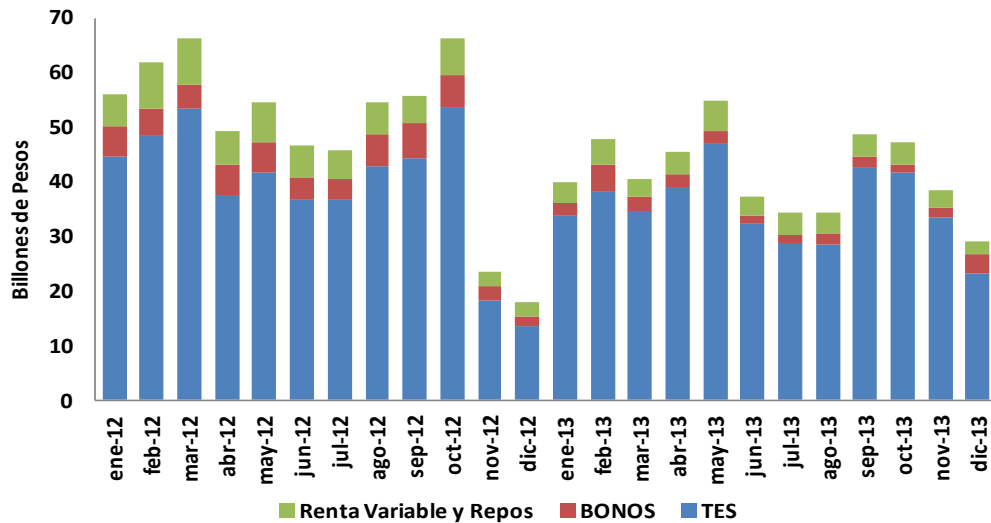
Fuente: Elaboración propia con información de la BVC

En el gráfico 2 se observa, que las tasas en general tuvieron un punto de inflexión iniciando el segundo trimestre del año 2013, lo que evidencia una clara inestabilidad en este mercado, además, la dirección que tomó la curva desde ese periodo, perjudica a aquellos inversionistas que tenían posiciones largas en aquellos títulos. Todo esto como resultado principalmente de la incertidumbre en la economía internacional, por las expectativas sobre un cambio en la estrategia monetaria de la FED, quien posiblemente retiraría el estímulo monetario, lo que generó volatilidad en los mercados financieros mundiales desvalorizando los TES en Colombia.

Pese a lo anterior, la renta fija es la más apetecida por los inversionistas, en el gráfico 3 se hace evidente la gran participación que tiene la deuda pública en el mercado de valores Colombiano, entre 2012 y 2013, la participación de los TES se mantuvo en un rango entre

el 75% y el 88%; adicionalmente, los TES en pesos se mantuvieron como los títulos más negociados, con un total de 420 billones de pesos para 2013.

Gráfico 3. Monto por Activo Negociado en el Mercado de Valores¹⁸



Fuente: Elaboración propia con información de la BVC

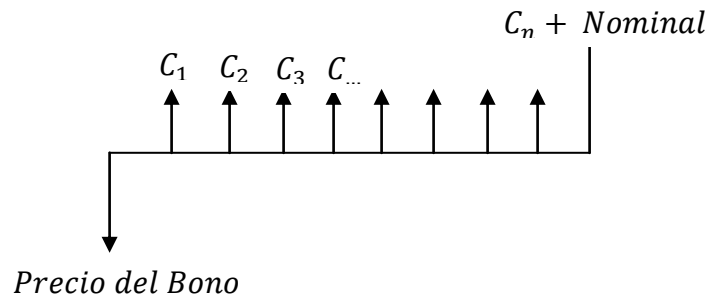
En definitiva, el monto de negociaciones del mercado de renta fija colombiano es proporcionalmente más grande que el resto de mercados por lo que las desvalorizaciones de los TES estarían afectando a los portafolios de los inversionistas, trayendo consigo grandes pérdidas, razón que justifica el desarrollo de nuevos instrumentos en el mercado Colombiano que permitan a los agentes cubrirse.

¹⁸ No se tiene en cuenta la negociación de instrumentos derivados.

3.3. Valoración de bonos

El precio de un bono se define como el valor presente de los flujos de caja que este genera, compuesto por cupones y principal (nominal).

Gráfico 4. Estructura de pagos de un bono



Fuente: Elaboración propia

De acuerdo al gráfico 4, el precio de un bono es:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+y)^T} \quad [1]$$

Donde:

C_i = Flujo de caja (cupón o principal).

T = Tiempo.

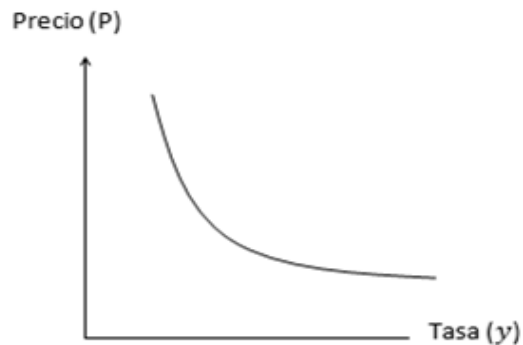
y = Tasa de mercado o de descuento.

P = Precio del bono

Generalmente, el cupón que pagan los bonos es conocido al igual que el tiempo; sin embargo, el valor que es desconocido es la tasa de mercado, que cambia constantemente por la fuerza de la oferta y la demanda sobre estos títulos; por lo que, esta podría definirse como el factor de riesgo de mercado de los títulos de renta fija. Por lo tanto, es necesario

medir el valor en riesgo de estos instrumentos teniendo en cuenta las variaciones que puede llegar a tener la tasa y , así, determinar la proporción en que el precio se ve afectado ante estos posibles cambios.

Gráfico 5. Relación entre precio y tasa



Fuente: Elaboración propia

El gráfico 5, muestra que el cambio en el precio es inversamente proporcional al cambio en la tasa de mercado.

3.4. Medición del riesgo en tasa

La duración, duración modificada y convexidad son medidas que permiten percibir el riesgo de desvalorización de un bono ante incrementos en la tasa de descuento. Actualmente son las de uso común en todas las transacciones que incluyan esta clase de títulos; fueron introducidas por el economista canadiense Frederick R. Macaulay a finales de los años 30, aunque sus avances pasaron a ser de alta relevancia para el mercado hacia los años 70, desde esa época son la base para medir el riesgo en tasa de mercado de renta fija. Macaulay utilizó los fundamentos matemáticos de la expansión de Taylor para llegar a las medidas descritas, todos los cálculos se demuestran a continuación finalizando en la incidencia que tienen en el valor en riesgo de los títulos de renta fija.

3.4.1. Expansión de Taylor

La expansión de Taylor es una aproximación a una función por medio de polinomios, es decir, una combinación lineal de productos de potencias enteras de una variable desconocida. Lo que permite esta aproximación, es determinar el comportamiento de la función alrededor de un punto, esta expansión es bastante útil para encontrar el valor en riesgo de los instrumentos de renta fija; ya que se cuenta con la función precio P , unas constantes conocidas t , T y C_t y una variable desconocida y . Con lo anterior, se determinó que la expansión de Taylor es una herramienta útil para definir el comportamiento del precio alrededor de una tasa inicial, para los instrumentos de renta fija (Jorion P. , 2007).

La expansión de Taylor de una función $F(x)$ alrededor de $x = a$ sería:

$$F(x) = F(a) + F'(a)(x - a) + \frac{F''(a)(x-a)^2}{2!} + \dots \quad [2]$$

Con lo anterior, la expansión de Taylor alrededor de su valor inicial $y = y_0$ (Jorion, 2007), para la función precio, combinando las ecuaciones 1 y 2 sería:

$$P(y) = P(y_0) + P'(y_0)(y - y_0) + \frac{P''(y_0)(y - y_0)^2}{2!} + error \quad [3]$$

Y si:

$$y = y_0 + \Delta y \quad [4]$$

Siendo y_0 la tasa inicial, entonces la función quedaría, (aplicando la ecuación 4 en la 3):

$$P(y) = P_0 + P'(y_0)\Delta y + \frac{P''(y_0)(\Delta y)^2}{2!} + error \quad [5]$$

3.4.2. Duración Modificada

Resolviendo la primera derivada de la función precio que se encuentra en la ecuación 1, $P'(y_0)$, se obtiene:

$$P'(y_0) = \frac{dP}{dy} = \sum_{t=1}^T \frac{-tC_t}{(1+y)^{t+1}} \quad [6]$$

Por cuestiones de interpretación, la ecuación 6 puede reescribirse como:

$$P'(y_0) = \frac{dP}{dy} = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{-tC_t}{(1+y)^{t+1}}}{P} * P \quad [7]$$

De la ecuación 7, se obtiene:

$$DM = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{-tC_t}{(1+y)^{t+1}}}{P} \quad [8]$$

La primera derivada de la función precio se traduce en la pendiente de la misma; esta mide la sensibilidad del precio ante cambios en la tasa; es decir, la velocidad con que varía el precio a medida que la tasa se modifica, esta es conocida como la Duración Modificada.

3.4.3. Duración

La ecuación 7, se puede expresar de la siguiente manera:

$$P'(y_0) = \frac{dP}{dy} = \frac{-\sum_{t=1}^T \frac{tC_t}{(1+y)^t}}{P} * \frac{P}{(1+y)} \quad [9]$$

Si se toma de la ecuación 9 la primera parte del producto, se obtiene:

$$D = \frac{-\sum_{t=1}^T \frac{tC_t}{(1+y)^t}}{P} \quad [10]$$

Para comprender mejor la ecuación 10, esta se puede expresar de la siguiente manera:

$$D = \frac{1C_1'}{P} + \frac{2C_2'}{P} + \frac{3C_3'}{P} + \dots + \frac{TC_T'}{P} \quad [11]$$

Donde tC_t' es $\frac{tC_t}{(1+y)^t}$ evaluada en y_0 conocida.

Por la ecuación 11, la duración, definida en la ecuación 10, puede interpretarse como el promedio ponderado de tiempo que habría que esperar para recuperar el precio o la inversión realizada.

3.4.4. Convexidad

La convexidad mide la curvatura de la función; resolviendo, la segunda derivada de la función precio que se encuentra en la ecuación 1, $P''(y_0)$ se obtiene:

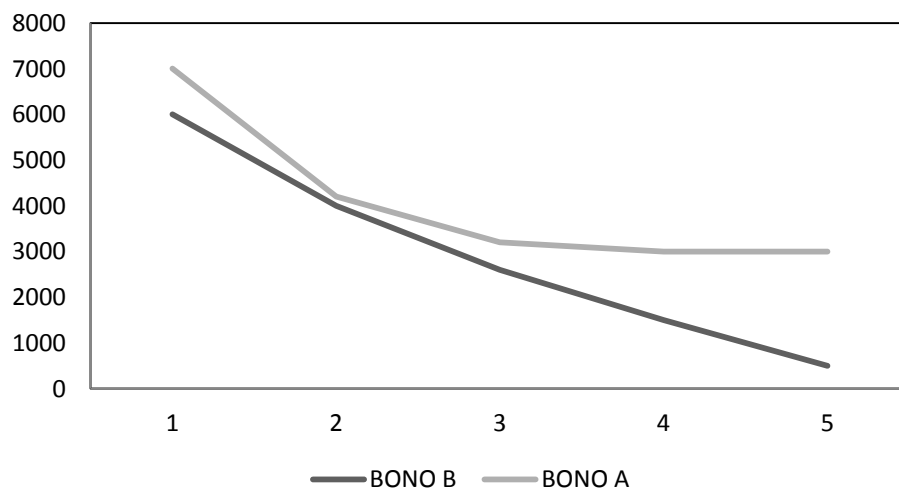
$$P''(y_0) = \frac{d^2P}{dy^2} = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{t(t+1)C_t}{(1+y)^{t+2}}}{P} * P \quad [12]$$

Tomando la primera parte del producto, de la ecuación 12, se tiene:

$$CX = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{t(t+1)C_t}{(1+y)^{t+2}}}{P} \quad [13]$$

La segunda derivada de la función precio, mide la rapidez en que cambia el precio ante cambios en la tasa, para comprender mejor este concepto, en el gráfico 6 se presentan dos funciones con diferente curvatura, cada función representa un bono, el A y el B, siendo el bono A más convexo que el bono B, por lo que el bono B es más riesgoso. Los dos bonos cuentan con características similares, comparten el mismo cupón, y la misma tasa, pero tienen diferente convexidad; el bono B que tiene menor convexidad se va a ver más afectado ante los cambios en la tasa de interés, ya que si esta sube, el precio caerá rápidamente, mientras que para el bono A, el precio bajará lentamente, por lo que se concluye que a una mayor convexidad en el título, menor será el riesgo del mismo.

Gráfico 6. Comparación de convexidad de dos bonos



Fuente: Elaboración propia

3.4.5. Valor en riesgo para títulos de renta fija

Como ya fue mencionado, el factor de riesgo principal para los títulos de renta fija es la tasa de mercado; en el apartado anterior, se estudió la expansión de Taylor y se explicó cada uno de sus componentes sobre los títulos de renta fija, sin embargo, si se toma cada termino por separado, no es posible medir cuantitativamente el riesgo, es por esto que se expone la ecuación 14, la cual plantea nuevamente la aproximación de Taylor con las ecuaciones 8 y 10, que serían la solución a las derivadas.

$$\frac{P(y)}{P} = \frac{P_0}{P} - \frac{\sum_{t=1}^T \frac{tC_t}{(1+y)^{t+1}}}{P} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{\sum_{t=1}^T \frac{t(t+1)C_t}{(1+y)^{t+2}}}{P} (\Delta y)^2 \quad [14]$$

Dado que, para calcular los términos de duración modificada y convexidad, se tuvo que dividir en el precio P ; para igualar la función a la expansión de Taylor, es necesario dividir $P(y)$ en P como se observa en la ecuación 14, por lo tanto, si lo que se quiere es conocer el cambio en el precio en términos porcentuales, se realiza lo siguiente:

$$\frac{\Delta P}{P} = -DM \Delta y + \frac{1}{2} CX (\Delta y)^2 \quad [15]$$

Luego de definir la duración modificada y la convexidad en términos de la ecuación 15, es posible darle una interpretación en términos cuantitativos al cambio porcentual en el precio, por lo que la primera parte de la suma es el cambio porcentual del precio del título ante variaciones en la tasa de mercado, estas pueden estar dadas en puntos básicos o en unidades porcentuales dependiendo de cómo esté definida la variación en tasa. La segunda parte de la sumatoria se encarga de disminuir el riesgo, y su causa ya fue explicada en el apartado anterior, esta se interpreta como la disminución del riesgo en términos porcentuales ante

variaciones en la tasa de mercado; como en la expansión de Taylor los términos se encuentran al cuadrado, este resultado se divide en 100 al cuadrado y lo que se obtiene se interpreta como la disminución del riesgo en $CX/100^2$ um por cada 100 um o lo que sería lo mismo, una reducción en $CX/100^2$ %.

$$\Delta P = -DM\Delta yP + \frac{1}{2}CX(\Delta y)^2 P \quad [16]$$

El valor en riesgo en términos absolutos definido en la ecuación 16, resulta de pasar P a multiplicar en la ecuación 15. Las operaciones matemáticas efectuadas para la obtención de cada una de las fórmulas proporcionan medidas muy precisas en cuanto a las características del título, las cuales son factores de decisión y distinción para la inversión entre un bono y otro, así mismo, queda en claro que a pesar de que las negociaciones en este mercado representan la mayor proporción de las inversiones colombianas y latinoamericanas, esto no significa que no exista riesgo en las mismas, y que las variaciones en tasa de descuento juegan un papel muy importante en las posibles pérdidas que implica, es por esta razón que los avances en finanzas cuantitativas en cabeza de hombres como Macaulay, han permitido ajustar medidas muy ligadas a las características de los bonos, la duración, duración modificada y convexidad son las más usadas hasta el momento por su capacidad de describir adecuadamente los títulos y convertir su riesgo en términos de tasa a términos de precio; cabe señalar que el procedimiento de dicha conversión será usado en la presente investigación para la valoración de opciones.

CAPÍTULO 4. REPRESENTACIONES DEL IMAGINARIO DE VOLATILIDAD

“Invertir es un arte, no una ciencia. Las personas que tienden a cuantificar todo rígidamente están en desventaja”

Peter Lynch

Un primer intento de acercamiento hacia el concepto cuantitativo de la exposición que tiene un inversionista frente a un portafolio de activos financieros, la puede dar la volatilidad, siendo esta la principal medida de riesgo que utilizan los agentes de mercado, para lograr determinar su riesgo ante posibles variaciones adversas de los precios, a razón de ello existe especial preocupación en todos los inversionistas por utilizar la metodología que les brinde con mayor exactitud la medida del riesgo, no obstante, la diferencia entre las distintas estimaciones y los datos reales demuestran que no existe ningún procedimiento o estrategia que garantice dicha exactitud, a raíz de eso se han desarrollado variedad de metodologías que responden a distintos supuestos sobre la volatilidad, por lo cual son representaciones de la misma que cumplen el papel de aproximaciones a un concepto como lo es la variación en los precios que además de no poderse explicar ni pronosticar de manera total, no posee una única definición, ya que depende de la forma como la perciban quienes tratan de medirla, eso permite catalogarla como un imaginario que se coincide en la mente humana y se evidencia de manera aproximada a través de cada uno de los modelos que se desarrollan. En este capítulo se presentan algunos de los supuestos sobre la volatilidad que sustentan las metodologías usadas en esta investigación para la valoración de opciones así como los planteamientos teóricos y procedimientos establecidos por sus autores para la medición de dicha volatilidad.

Sierra (2012) señala que la volatilidad se entiende como un “indicador de la incertidumbre de los rendimientos y generalmente está asociado al estimador de desviación estándar de un

activo”. Adicionalmente, se han planteado diferentes conceptos de volatilidad, entre los que se encuentran:

- i. “Una medida de la intensidad de los cambios aleatorios o impredecibles en la rentabilidad o en el precio de un valor. Gráficamente se asocia la volatilidad con la amplitud de las fluctuaciones del rendimiento en torno a su valor medio” (Bahi, 2007)
- ii. “La volatilidad trata de cuantificar la variabilidad o dispersión de un activo respecto a su tendencia central” (CORTAL CONSORS BNP PARIBAS)

Otros autores la conceptualizan como una medida de oscilación con respecto a un valor medio de referencia o como una medida de variabilidad de las trayectorias o fluctuaciones de los precios.

La volatilidad la conceptualiza Haro (2002) como la desviación estandar o raíz cuadrada de la varianza de los rendimientos de un activo o portafolio. La volatilidad es una de las principales características de los activos financieros negociados en el mercado, y esta es utilizada para calcular el riesgo de mercado derivado de la negociación de los mismos.

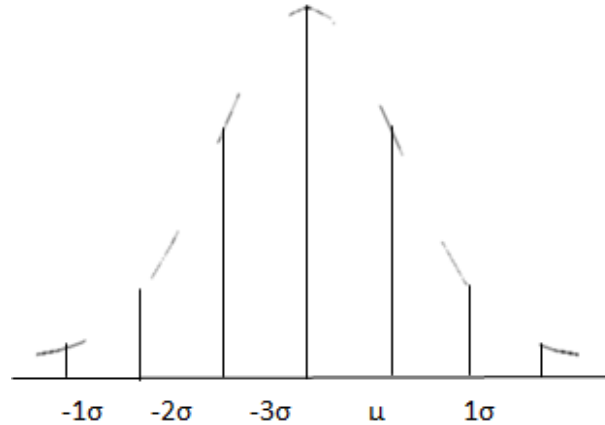
Ante las definiciones expuestas, en esta investigación se entiende la volatilidad como “variaciones en los precios”, y el intento del hombre por cuantificarla, lleva a que se desarrollen distintas representaciones, con el fin de que estas permitan expresar el comportamiento de los rendimientos de los precios de los activos es decir, es un intento de aproximación numérica de las reacciones de los agentes del mercado, quienes hacen cambiar el precio de los activos constantemente. Por lo tanto, dichas representaciones tratan de medir la variabilidad en los precios para poder crear perspectivas futuras acerca del

comportamiento de sus rendimientos, es por ello que se han desarrollado distintas metodologías para representarla, varias de ellas se exponen a continuación.

4.1. Volatilidad Histórica

La volatilidad histórica es una medida de volatilidad donde se asume que los rendimientos se distribuyen de forma normal por lo que los precios siguen una distribución lognormal coincidiendo, en el comportamiento aleatorio, con el Movimiento Browniano. El nivel de dispersión de los datos, asumiendo una distribución normal, puede medirse con la varianza o la desviación estandar, siendo estas, las representaciones más exactas para darle validez a la Hipotesis de Mercados Eficientes, lo que supone que los valores se distribuirán de acuerdo al gráfico 7.

Gráfico 7. Distribución normal



Fuente: Elaboración propia

- i. $\bar{X} \mp 1\sigma$ con una probabilidad de 68.3%
- ii. $\bar{X} \mp 2\sigma$ con una probabilidad de 95.4%
- iii. $\bar{X} \mp 3\sigma$ con una probabilidad de 99.7%

Donde \bar{X} es la media de las variaciones de todos los datos y σ es la desviación estandar de las mismas, esta última es conocida como la volatilidad. En un mercado eficiente, el valor medio esperado sería cero dado que la mejor estimación del precio a un futuro sería el precio actual.

La estimación más sencilla y por tanto la más utilizada para el cálculo de la volatilidad histórica, se hace a partir de los rendimientos pasados. Esta volatilidad se caracteriza por el supuesto de continuidad en el tiempo asignándole pesos idénticos a cada valor de la serie, la representación de ésta, es la desviación estandar que se expone en la ecuación 17. Dicha desviación muestra la distancia promedio entre cada valor y la esperanza; esta metodología es fácil de utilizar aunque no es muy confiable considerando que las grandes variaciones en los precios estarían afectando el resultado real además de no tener en cuenta el pasado inmediato en una determinada proporción.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad [17]$$

Esta volatilidad puede ser calculada sobre los precios de cierre del activo o sobre los máximos y mínimos registrados en cada día de negociación, siendo el primero el más utilizado. La volatilidad es expresada en la misma periodicidad en la que son expresados los rendimientos (Ej: si los rendimientos son semanales la volatilidad será a una semana), la periodicidad más usada es la diaria.

El asumir la volatilidad como la desviación estándar de los retornos, permite una solución práctica para el cálculo del VaR. Pero hay que aclarar que no es siempre la adecuada, ya

que discrimina factores importantes de las series financieras, entre la que se encuentra la volatilidad no constante, situación que se ha planteado en otros modelos.

4.2. Simulación Histórica

La simulación histórica, “simula el comportamiento futuro del portafolio en función de los cambios observados en la historia de las siguientes variables: precios, curvas de rentabilidades, tasas de interés y tipo de cambio que se dieron durante el período seleccionado” (SuPen, 2005) . El gran supuesto en el que se basa ésta metodología es que en el futuro es probable que se repita cualquier evento pasado “ya que el comportamiento pasado podría ser similar a los eventos futuros” (SuPen, 2005).

Por lo anterior, la simulación histórica, “consiste en utilizar datos del pasado de manera muy directa como una guía de lo que podría ocurrir en el futuro” (Hull J. C., 2009), adicionalmente, aplica ponderaciones actuales a una serie de tiempo de rendimientos históricos del activo.

Para calcular la volatilidad por simulación histórica se simula la distribución de retornos histórica empleando los rendimientos del portafolio que se dieron durante el período histórico elegido y, se establece la máxima pérdida esperada según un percentil elegido.

4.3. Volatilidad Dinámica o EWMA

La volatilidad EWMA “mide la desviación estándar de los rendimientos de las tasas, por medio de un promedio móvil ponderado a través de un factor de decaimiento λ ” (Mora G. P., 2006). El suavizamiento exponencial fue expuesto por primera vez en el documento

técnico RiskMetrics (J.P.Morgan/Reuters, 1996), para estimar la volatilidad de los rendimientos de las tasas haciendo una ponderación, y su principal característica es que le asigna mayor peso a las observaciones más recientes y menor a las más antiguas, lo que permite capturar el dinamismo de la volatilidad (Haro A. , 2002). Este se estima de la siguiente manera:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^T \lambda^{i-1} r_{t-i}^2 \quad [18]$$

Rezagando la ecuación 18 y multiplicándola por λ se tiene:

$$\lambda \sigma_{t-1}^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^T \lambda^i r_{t-i-1}^2 \quad [19]$$

Y restando 18 a 19 se obtiene:

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2 \quad [20]$$

Donde σ_{t-1}^2 es una estimación EWMA de la varianza del periodo anterior, r_{t-1}^2 son los retornos previos observados y λ es el parámetro de ponderación exponencial del modelo, el cual le da la posibilidad de asignarle un mayor peso a los datos más recientes para la estimación de la volatilidad. De acuerdo a lo anterior, la volatilidad del periodo actual depende de la volatilidad y el retorno del periodo anterior. En ese orden de ideas, la varianza a un día, estaría definida por lambda veces la varianza EWMA del día anterior más el rendimiento al cuadrado de dicho día ponderado en uno menos lambda.

El parámetro lambda λ , conocido como factor de decaimiento, puede tomar cualquier valor entre 0 y 1. Un $\lambda = 1$ representaría un modelo de volatilidad histórica que aplica pesos

uniformes a todas las observaciones. Entre más pequeño sea el lambda, se le asigna mayor peso a los datos recientes y viceversa; este modelo es un caso especial de un GARCH(1,1)

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad [21]$$

Ya que al α_0 se le asigna un 0 y α_1 y β suman la unidad, por lo que el EWMA sería una versión no estacionaria del GARCH, modelo que se abordará mas adelante.

Como ejemplos del uso del EWMA: “J.P. Morgan comercializa el programa RiskMetrics, que utiliza esta medida para prever el comportamiento de la volatilidad de la gran mayoría de activos financieros (J.P. Morgan /Reuters (1996)” (Fernández D. , 2002); y Mora (2006) hace una comparación entre el modelo EWMA y el de volatilidad histórica con el fin de entender cual es el más adecuado para pronósticar los cambios futuros en los retornos de los instrumentos de renta fija de corto plazo en Colombia, y concluye que los dos modelos son significativos para la estimación aunque ninguno se comporta mejor que el otro.

En cuanto al lambda optimo para el calulo del EWMA, una alternativa para encontrarlo es con el método RMSE, éste brinda como resultado la raíz de un promedio de los errores cuadrados producto de la estimación y lo observado en el mercado. La metodología consiste en hallar el menor RMSE para distintos valores de lambda, el error se define como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [\sigma_{t+1}^2 - \hat{\sigma}_{t+1}^2]^2} \quad [22]$$

Donde σ_{t+1}^2 es la varianza observada (los rendimientos al cuadrado) y $\hat{\sigma}_{t+1}^2$ es el pronóstico de la varianza EWMA para cada día. Minimizando el error, derivado de la ecuación 22, se obtiene un lambda óptimo para la estimación de la volatilidad por EWMA.

4.4. Simulación de Montecarlo

La simulación de Montecarlo consiste en crear escenarios de números aleatorios, usando alguna distribución de probabilidad para los precios, rendimientos y/o correlaciones “este método no asume ningún supuesto de normalidad en el comportamiento de los precios de los activos financieros, sino que construye tantos escenarios futuros como se deseen” (Ruiz, Jiménez, & Torres, 2000) según la distribución que más se ajuste. Ésta metodología fue utilizada por primera vez en Los Álamos en 1942, por los científicos de la bomba atómica, el nombre Montecarlo derivó del famoso casino francés con el mismo nombre (Jorion P. , 2007).

En un Montecarlo, el muestreo artificial o simulado trata de crear un universo teórico descrito completamente por una ley de probabilidad que se supone conocida o adecuada; en ese orden de ideas, la simulación de Montecarlo permite estimar posibles valores que puede tomar un activo S en la fecha de vencimiento t^* del contrato, este proceso se realiza a través de las simulaciones que buscan una distribución que se asemeje al comportamiento real del activo. La Simulación de Montecarlo genera una primera aproximación para la estimación del precio del activo S_t y, esto es posible debido a que el modelo, genera números aleatorios y aplica el modelo de Wiener “al considerar el movimiento de los factores de riesgo como MGB, es decir, de caminata aleatoria o random walk” (Haro A. , 2002).

La creación de escenarios, por el modelo de Montecarlo, es realizada en base a la generación de números aleatorios, al igual que el modelo B&S, indica que los precios se comportan de acuerdo a un proceso estocástico MGB representado en el modelo de Wiener.

$$\frac{dS_t}{S_t} = udt + \sigma dB_w \quad [23]$$

Lo que indica que las variaciones del precio del activo se definen como señala Haro (2002) por un componente determinístico udt y un componente estocástico σdB_w . A partir de lo anterior, los precios del activo pueden ser simulados bajo 24 (Haro, 2002).

$$S_{t+1} = S_t e^{\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\sqrt{t} \varepsilon_t\right]} \quad [24]$$

Por lo tanto, con la expresión anterior, se puede generar una simulación de n escenarios para determinar el precio del activo en t^* .

La Simulación de Montecarlo se puede utilizar para resolver problemas de pronóstico de series económicas como índices de precios y proyecciones de desempleo, demográficas como la tasa de mortalidad, medioambientales como temperatura media, velocidad y dirección del aire, precisión de un neumático.

4.5. Volatilidad según modelos ARCH-GARCH

En 1982 el nobel de economía Robert Engle, propuso una manera distinta de estudiar el comportamiento de las series a través de los modelos ARCH, enfocado en su momento al tratamiento de los ratios de inflación en el Reino Unido; según su tesis dicho comportamiento se debe a los rezagos que ha dejado en el pasado “si una variable aleatoria y_t está dada por la función de densidad condicional $f = (y_t \parallel y_{t-1})$ el valor del pronóstico de hoy depende de su información pasada bajo supuestos normales.” (Engle R. , 1982), en pocas palabras, existe información del pasado que no necesariamente tiene que ser el valor del último dato que afecta el comportamiento futuro de una variable aleatoria. Adicionalmente, los modelos ARCH parten del supuesto de normalidad para demostrar que además de la variable aleatoria, su varianza también contempla información de su pasado, por lo que la caracteriza como condicional o dependiente.

En ese orden de ideas Engle (1982) plantea que:

$$y_t \mid \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad [25]$$

Donde, Ψ_{t-1} , está asociado a la historia de la cual existe dependencia, mientras que h_t , representa el valor de la varianza en t, la cual puede ser expresada de acuerdo al siguiente proceso estocástico:

$$h_t = h(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}, \alpha) \quad [26]$$

Donde p representa el orden del proceso ARCH, que determina el orden del rezago significativo y α un vector de los parámetros desconocidos. Para la determinación de los anteriores, Engle (1982), propone un modelo de regresión, el cual se obtiene asumiendo que la media está dada por $x_t\beta$, “una combinación lineal de rezagos de las variables endógenas y exógenas que incluyen la información reunida en Ψ_{t-1} con un vector β de parámetros desconocidos” (Engle R. , 1982), por lo que:

$$y_t | \Psi_{t-1} \sim N (x_t\beta, h_t) \quad [27]$$

$$h_t = h (\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-p}, \alpha) \quad [28]$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t\beta \quad [29]$$

Teniendo en cuenta que ε_t equivale al valor de los residuos, la ecuación 28 es generalizada por, Engle (1982) como:

$$h_t = h (\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-p}, x_t, x_{t-1} \dots, x_{t-p}, \alpha) \quad [30]$$

A partir de 30, es que Engle (1982), da evidencia de la heterocedasticidad de las series, la cual evalúa según su propia función de probabilidad. Dicha función asume que el vector de y y no es conjuntamente distribuido como una normal, por lo que su densidad responde al producto de todas las densidades condicionadas y por eso la probabilidad logarítmica se determina a partir de la suma de las probabilidades logarítmicas condicionales acumuladas en 27 y 28, así las cosas, define la función de probabilidad con l como el promedio de la probabilidad logarítmica y l_t como las probabilidades logarítmicas acumuladas hasta el

rezago T , a partir de la cual es posible determinar si existe o no efecto ARCH, es decir, si se presenta una volatilidad condicionada o constante :

$$l = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T l_t \quad [31]$$

$$l_t = -\frac{1}{2} \log h_t - \frac{\frac{1}{2} y_t^2}{h_t} \quad [32]$$

Según el modelo de regresión planteado por Engle (1982), existe la posibilidad de considerar en mayor medida variables que se podrían omitir bajo los modelos tradicionales que tratan de explicar el comportamiento de la serie, sin embargo, como es evidente, dicho comportamiento responde a los retornos de la misma serie que a otras variables exógenas que en la mayoría de los casos distorsionan el valor de la volatilidad, que en condiciones normales, está en función de los errores derivados de asumir una volatilidad incondicional en el pasado.

Luego de que Engle (1982) se enfocara en determinar un modelo de regresión asociado a cambios en la volatilidad, caracterizándola como condicional a su historia, sus supuestos sirvieron de base para posteriores trabajos que también trataron de modelar series macroeconómicas como la inflación principalmente; uno de los trabajos más destacados fue la extensión propuesta por Bollerslev (1986), un matemático y economista que bajo la supervisión del mismo Engel, planteó infinitos rezagos al ARCH, que le proporcionan condiciones de estacionariedad al modelo y hace más flexible la estructura de rezagos, afirmaciones con las que estructuró los reconocidos modelos GARCH.

La propuesta de Bollerslev (1986), incluye términos autorregresivos de la varianza y el ε_t en los modelos ARCH, para hacerlos más parsimoniosos, dicho término está definido por:

$$\varepsilon_t = y_t - x_t' b \quad [33]$$

Por lo que, ε_t resulta de la diferencia entre la variable dependiente o estudiada y_t y el producto de términos explicativos x_t' y sus respectivos parámetros b , en ese orden de ideas un GARCH (p, q), está definido por:

$$\varepsilon_t \mid \Psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad [34]$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad [35]$$

$$= \alpha_0 + A(L)\varepsilon_t^2 + B(L)h_t \quad [36]$$

Donde los valores de α_i, β_i y p son mayores o iguales a 0, mientras que q y α_0 son mayores a 0, mientras que $A(L)$ y $B(L)$ representan los polinomios de rezago asociados¹⁹ a la serie de errores y la varianza, cuyo inverso de sus raíces debe ubicarse dentro del círculo unitario para verificar que se den las condiciones de estacionariedad en la varianza e invertibilidad en el error; es decir, que la primera se pueda escribir como una combinación de choques aleatorios y la segunda como la combinación de rezagos de la variable dependiente más un ruido, esto con el fin de garantizar la no existencia de impulsos o comportamientos explosivos que impidan predecir el futuro de la variable dependiente a partir de los parámetros determinados.

¹⁹ En caso de que algún inverso de las raíces del polinomio de rezago asociado se encuentre por encima de 1 o por debajo de -1 por medio de estadísticos como el dickey-fuller, es necesario diferenciarla para verificar las mismas cualidades.

Desde su creación, dadas las características de las diferentes series estudiadas a nivel mundial, los modelos GARCH (1, 1) son los más comunes para dar cuenta de una varianza condicional en las variables financieras.

4.6. Volatilidad Implícita

La volatilidad implícita²⁰ es la que asignan los agentes del mercado a un activo subyacente a diferentes precios de ejercicio y plazos al vencimiento, en el mercado de opciones; ésta se obtiene de utilizar el valor del subyacente, el precio de ejercicio, el tiempo hasta el vencimiento, el tipo de interés libre de riesgo y el precio de mercado de la opción en el modelo B&S, de donde se despeja el valor de la volatilidad.

Según lo anterior, es posible calcular la volatilidad implícita a partir del modelo propuesto por B&S, en el que se mantienen todos los parámetros constantes a excepción de la volatilidad. Por lo tanto, la volatilidad implícita es aquella que permite que el precio teórico y el precio observado, al ser aplicada en el modelo B&S, coincidan para un precio de ejercicio y un plazo al vencimiento definidos.

Para obtener la volatilidad implícita es necesaria una superficie de volatilidad, que es el resultado de combinar la volatilidad en función del precio de ejercicio [$\sigma(K)$], conocida como sonrisa de volatilidad o *volatility smile*, y la volatilidad en función del plazo al vencimiento [$\sigma(T)$], conocida como la estructura a plazos, por lo tanto, la volatilidad implícita está en función del plazo y del precio de ejercicio [$\sigma(T, K)$], la cual sirve de

²⁰ Calcular esta volatilidad es posible cuando el subyacente en estudio tiene contratos de opciones.

referencia para conocer la opinión del mercado sobre la volatilidad de los activos y para valorar opciones sobre el activo negociado (Palazzo, 2000).

León (2009) señala que la base de la existencia de la sonrisa de volatilidad y la superficie de volatilidad es la invalidez del Movimiento Browniano en el modelo B&S. Novoa (2008), en sus tesis de master, resalta la evidencia de que los precios de mercado de las opciones no coinciden exactamente con su valor teórico, producto de aplicar el modelo de B&S; debido a esto, varios traders utilizan la volatilidad derivada del mercado para aplicarla al modelo y, así, lograr que el valor de mercado coincida con el valor teórico, lo que se le conoce como volatilidad implícita. Lo anterior se presenta debido a que en los mercados mas desarrollados los precios de las opciones se determinan por las fuerzas de la oferta y la demanda, esta es la razón por la que el precio de las opciones refleja las expectativas del mercado.

Como plantea Hull (2009) “la grafica de la volatilidad implícita de una opción en función de su precio de ejercicio se conoce como sonrisa de volatilidad”, esta se estructura a partir de los diferentes valores de la volatilidad implícita que se generan en el mercado de opciones sobre un activo específico. El nombre sonrisa de volatilidad proviene de la curva que se genera de las opciones ITM y OTM que son transadas a un mayor precio que las que están ATM.

Por lo expuesto, es posible afirmar que en los mercados desarrollados los agentes cotizan diferentes volatilidades sobre un mismo activo; esto corresponde a la relación existente entre precio del subyacente [S] y el precio de ejercicio [K] y varios plazos al vencimiento; la relación entre S y K se conoce como moneyness y de esta dependerá el flujo de caja tanto del vendedor como del comprador de la opción. Por lo tanto, el flujo de caja del comprador de una opción call, al vencimiento de esta, será positivo si $S > K$ lo que significa que se

encuentra ITM mientras que no tendrá pérdidas²¹ si $S < K$ siendo OTM, por el contrario, el flujo de caja del comprador de una opción put será positivo si $K > S$ siendo ITM, y perderá el valor de la prima si $K < S$ OTM, en ambos tipos de opciones, se encontrará ATM si $S \approx K$, es decir que será indiferente entre ejercer o no, la opción.

La medida de moneyness preferida por los agentes del mercado es delta, ya que evidencia de forma clara las variaciones del precio de la opción ante cambios en el precio del subyacente de la opción, adicionalmente posee la ventaja de encontrarse en un rango entre 0 y 1, el delta de una opción call se deriva de la formula B&S siendo:

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T)}{\sigma\sqrt{T}} \quad [37]$$

Donde

$$0 \leq d1 \leq 1$$

$$d1_{ATM} \approx 0.5$$

r : Tasa libre de riesgo

σ : Volatilidad del subyacente

T : Plazo al vencimiento de la opción.

²¹ En este caso no se está incluyendo el valor de la prima, por lo que no se estarían representando pérdidas, sin embargo, si se utilizará el valor de la prima P, una posición ITM para el comprador de una opción call sería si $S > K + P$.

4.6.1. Difusión con Saltos

En Colombia no es posible obtener directamente la volatilidad implícita del mercado de opciones debido a la ausencia del mismo, pero es posible realizar una estimación de la superficie de volatilidad a partir de la simulación de un proceso estocástico de los precios de los activos subyacentes, existen diferentes modelos para ello. Uno de estos es la aproximación por difusión con saltos o Jump Diffusion; contrario al supuesto de continuidad propuesto por B&S para la valoración de opciones, Merton (1976) indica que el comportamiento de los precios de los activos podría ser un proceso estocástico con saltos definido en tiempo continuo, esto permite tener en cuenta movimientos de gran magnitud con una probabilidad positiva reconociendo la existencia de colas anchas; la propuesta de Merton (1976) consiste en adicionarle saltos al proceso definido por el Movimiento Browniano. La justificación de León (2009), para la utilización de este modelo, es su facilidad para capturar el comportamiento de la volatilidad de corto plazo, que es la que más interesaría teniendo en cuenta que el mercado de opciones en Colombia no existe.

De acuerdo a lo anterior, teniendo en cuenta que el proceso de difusión con saltos es un proceso Browniano al que se le adicionan saltos, el proceso estocástico para el cambio en el precio de un activo, es definido por Wilmott (2009) como:

$$dS = \mu S dt + \sigma dZ + (J - 1) S dq \quad [38]$$

Donde

$$dq = \begin{cases} 0 & \text{con probabilidad } 1 - \lambda(t)dt \\ 1 & \text{con probabilidad } \lambda(t) \end{cases}$$

Y

μ : Media del proceso de cambio del activo

S : Precio del activo

σ : Desviación estándar del proceso de cambio del activo

$(J - 1)$: Tamaño del salto

λ : Intensidad del proceso de Poisson

dZ : Proceso estándar Gauss-Wiener (Movimiento Browniano)

El proceso de difusión con saltos, como indica Merton (1976) es una combinación entre dos procesos independientes, un proceso estocástico continuo o Movimiento Browniano dZ , porque captura el comportamiento normal del precio de los activos y un proceso basado en una distribución de Poisson dq , que recoge el comportamiento anormal de los precios.

Dado que los saltos son medidos con determinada frecuencia, es posible utilizar la característica del proceso de Poisson que, permite una aproximación a la distribución binomial; esta se basa en que en un intervalo de tiempo significativamente pequeño puede ocurrir máximo un salto, por lo tanto:

Si $X \sim Poisson(\lambda)$ entonces

$$Prob(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad [40]$$

Siendo $\Delta p(t)$ la variación de saltos entre dos instantes de tiempo, es decir

$$\Delta P(t) = P(t + \Delta t) - P(t) \quad [41]$$

La ecuación 41 satisface $\Delta P(t) \sim Poisson(\lambda \Delta t)$

Por lo tanto,

$$Prob(\Delta P(t) = k) = \frac{e^{-\lambda\Delta t}(\lambda\Delta t)^k}{k!} \quad [42]$$

Siguiendo con la aproximación a la distribución binomial, si en un pequeño intervalo de tiempo ocurre a lo más un salto, utilizando 42 se tiene:

$$\begin{aligned} Prob(\Delta P(t) = 0) &= e^{-\lambda\Delta t} \\ Prob(\Delta P(t) = 1) &= \lambda\Delta t e^{-\lambda\Delta t} \\ Prob(\Delta P(t) > 1) &\cong 0 \end{aligned} \quad [43]$$

Aplicando la expansión de series de Taylor sobre las probabilidades, alrededor de cero, como señala (Ospina, 2009) se tiene:

$$\begin{aligned} Prob(\Delta P(t) = 0) &= e^{-\lambda\Delta t} = 1 - \lambda\Delta t + \frac{1}{2}(\lambda\Delta t)^2 + O^3(\lambda\Delta t) \\ Prob(\Delta P(t) = 1) &= \lambda\Delta t e^{-\lambda\Delta t} = \lambda\Delta t - (\lambda\Delta t)^2 + O^3(\lambda\Delta t) \\ Prob(\Delta P(t) > 1) &= 1 - Prob(\Delta P(t) \leq 1) = \frac{1}{2}(\lambda\Delta t)^2 + O^3(\lambda\Delta t) \end{aligned} \quad [44]$$

Si $\lambda\Delta t$ es suficientemente pequeño entonces los valores de $(\lambda\Delta t)^2$ y $O^3(\lambda\Delta t)$ son despreciables.

$$\begin{aligned} Prob(\Delta P(t) = 0) &\approx 1 - \lambda\Delta t \\ Prob(\Delta P(t) = 1) &\approx \lambda\Delta t \\ Prob(\Delta P(t) > 1) &\approx 0 \end{aligned} \quad [45]$$

Por lo tanto $\Delta P(t)$ se puede aproximar a una distribución binomial de parámetros 1 y $\lambda\Delta t$, esto significa $\Delta P(t) \cong Bin(1, \lambda\Delta t)$ o lo que es lo mismo $\Delta P(t) \cong Bernoulli(\lambda\Delta t)$.

Simulando el comportamiento de la variación de los precios del activo subyacente, bajo el proceso de Poisson expuesto, es posible definir los posibles precios que puede tomar el activo subyacente en una forma más aproximada a la realidad; teniendo en cuenta discontinuidades en el tiempo; es decir, movimientos de gran magnitud, aplicando los precios simulados a la ecuación de delta, a diferentes niveles de la misma entre 0 y 1, se puede encontrar una volatilidad que permita que el delta definido corresponda con el delta teórico, obteniendo así, una superficie de volatilidad a diferentes precios de ejercicio y plazos al vencimiento, pudiendo obtener de allí las volatilidades implícitas útiles para la valoración de opciones en el corto plazo.

4.7. Relación entre algunas representaciones de volatilidad

Las relaciones entre las representaciones de volatilidad contribuyen a determinar los sesgos derivados de las estimaciones y brindan una primera aproximación en cuanto a cuales resultan ser mejores para usarlas en la valoración de opciones financieras, razones por las que a continuación se exponen algunas de estas.

4.7.1. Relación entre volatilidad histórica y volatilidad implícita.

Para realizar una estimación de la volatilidad implícita a futuro, es posible hacer uso de la volatilidad histórica, y esto lo muestran Lamothe & Pérez (2003) quienes dan evidencia de cómo la volatilidad implícita de las opciones sobre el índice IBEX-3522 sigue el comportamiento, con desfases en algunos momentos, de la volatilidad histórica a 30 días. Por lo tanto, señalan que la diferencia de volatilidad Δ_{σ}^E esperada

²² Es el índice español, compuesto por los 35 valores más líquidos cotizados en el Sistema de Interconexión Bursátil de las cuatro Bolsas Españolas (Madrid, Barcelona, Bilbao y Valencia).

$$\sigma_i - \sigma_H = \Delta_{\sigma}^E \quad [46]$$

Donde :

σ_i = volatilidad implícita

σ_H = volatilidad histórica

es mínima, por lo que afirman que la volatilidad implícita y la histórica deben de estar correlacionadas y en función a esto, es posible realizar estimaciones de la volatilidad implícita a futuro con herramientas econométricas clásicas donde la volatilidad histórica sería la variable independiente.

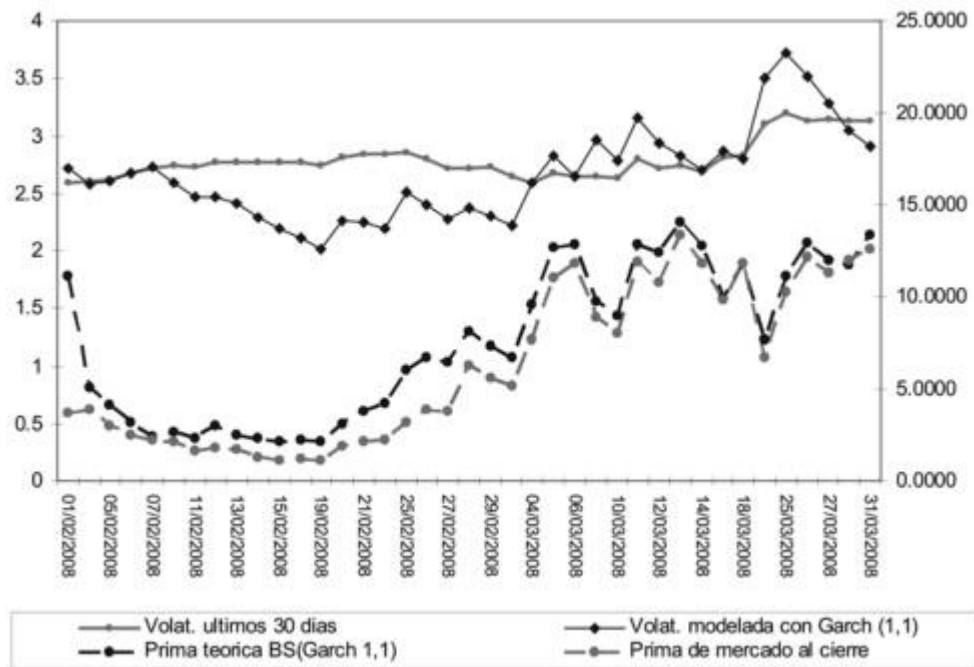
4.7.2. Volatilidad histórica versus volatilidad condicionada.

Partiendo de que en la fórmula de B&S (1973), la volatilidad anualizada se reduce al periodo de vencimiento de la opción y, teniendo en cuenta que existen diferentes estudios que han documentado el sesgo que se deriva de la utilización de la volatilidad histórica para la estimación de los precios de las opciones, Tagliafichi²³ (2008) modifica la fórmula en términos del parámetro de volatilidad por una condicionada a un pasado más reciente usando un GARCH (1,1). Tagliafichi (2008) realiza un comparativo de la estimación de volatilidad histórica frente a la volatilidad condicionada, de las acciones Tenaris²⁴ como subyacente de un contrato de opciones de compra, sus resultados se muestran en el gráfico 8.

²³ Actuario de la Universidad Nacional de Buenos Aires. Profesor de Valuación de Activos Financieros de la Escuela de Negocios de la Universidad de Palermo.

²⁴ Referentes a las acciones de la empresa de Argentina, Tenaris, líder mundial en la producción de tubos de acero para la industria del petróleo.

Gráfico 8. Volatilidad Histórica Vs. Condicional y los precios de las opciones



Fuente: Tagliafichi (2008), pág.10.

De acuerdo al gráfico 8 Tagliafichi (2008) concluye: (I) cuando la volatilidad condicionada se acerca a la histórica, los precios por B&S se encuentran por encima de los estimados por el mercado; (II) cuando la volatilidad condicionada se encuentra por encima de la histórica, los precios por B&S se acercan a los de mercado; y (III) los precios resultado de la estimación con volatilidad condicionada, son los máximos que podría cobrar el mercado. Con los resultados obtenidos por Tagliafichi (2008), es posible afirmar que los precios estimados usando volatilidad condicional, son una buena aproximación a los valores máximos que podría llegar a cobrar el mercado, teniendo en cuenta que según lo estudiado, los precios estimados no se alejan significativamente de los negociados en el mercado.

4.8. De volatilidad de tasas a volatilidad de precios

El parámetro más complejo de determinar para la valoración de opciones sobre renta fija es la volatilidad de los precios a causa de que no existe un modelo que brinde un resultado que coincida completamente con lo observado en el mercado, además de ser la única variable desconocida e incierta dentro de las variables que exigen los modelos de valoración de opciones; en contraste con lo anterior, es posible realizar aproximaciones a través de diferentes metodologías para encontrar la volatilidad de las tasas de mercado de dichos instrumentos y, así, acercarse a la volatilidad de precio. Hasta el momento, no ha sido posible encontrar la volatilidad directamente de los precios debido a que estos cambian constantemente, no solo por la variación de la tasa de mercado, sino, porque estos activos subyacentes generalmente pagan cupones a determinados periodos de tiempo por lo que, la información histórica se vería afectada por estos descuentos; los cuales no hacen parte de las variaciones que generan riesgo en el título, por tanto esto no debería afectar el cálculo de la volatilidad.

Por lo anterior, y teniendo en cuenta que para la valoración de opciones sobre precios de activos de renta fija es necesaria la volatilidad en precio, a continuación se presenta una aproximación a partir de la volatilidad en tasa para obtener la volatilidad en precio.

Como se definió en apartados anteriores, el cambio porcentual del precio del bono, por aproximaciones con la expansión de Taylor, es:

$$\frac{\Delta P}{P} = -DM\Delta y + \frac{1}{2}CX(\Delta y)^2 \quad [47]$$

Aplicando la varianza en ambos lados de la igualdad se tiene:

$$\sigma_p^2 = Var\left(\frac{\Delta P}{P}\right) = DM^2 Var(\Delta y) + \frac{1}{4} CX^2 Var((\Delta y)^2) \quad [48]$$

$$= DM^2 \sigma_y^2 + \frac{1}{4} CX^2 \sigma_y^2 \quad [49]$$

Por lo que la volatilidad sería:

$$\sigma_p = DM \sigma_y + \frac{1}{2} CX \sigma_y^2 \quad [50]$$

4.9. Reescalación de la Volatilidad

La concepción de la volatilidad como un imaginario, no solo ha permitido que sus representaciones se vean reflejadas en los modelos que tratan de asignarle una medida aproximada. Luego de que Robert Brown sentara las bases del movimiento browniano, sus supuestos serían usados como unica alternativa para la reescalación de la volatilidad; por reescalación se entiende a la técnica que usan algunas de las representaciones de la volatilidad como la desviación estandar, para determinar el valor de la volatilidad a un tiempo determinado despues de calculada y de esa manera usarla como parte del cálculo de la máxima pérdida esperada entre otras aplicaciones. Hasta la actualidad, la raiz cuadrada del tiempo es el coeficiente de la volatilidad mas usado para determinar la volatilidad en un lapso específico. Existe, empero otros estudios entre los que se destacan los realizados por el hidrólogo Edwin Hurst cuyos resultados a pesar de no estar orientados hacia las finanzas, fueron claves para que otros autores en tiempos posteriores empezaran a defender la idea de memoria en las series lo que los llevó a proponer otra forma de reescalación de la volatilidad según el exponente H, cuyos supuestos acerca de la continuidad de la misma en

el tiempo se contraponen a los del movimiento browniano. Los apartados que se exponen a continuación no solo dan la posibilidad de notar nuevamente el sin número de perspectivas que dan paso al imaginario de volatilidad, sino la forma como la interdisciplinariedad es un factor determinante para la evolución y estructuración de la teoría financiera.

4.9.1. Raíz Cuadrada del Tiempo

De manera general, la teoría de Bachelier se basa en que los rendimientos de los activos financieros son variables con características aleatorias, independientes y con un comportamiento según una distribución normal (con media cero y varianza σ^2 proporcional al tiempo). Todas estas características corresponden a los grandes supuestos que se asumen actualmente en los mercados financieros que determinan los retornos de los activos (León & Vivas, 2010). Los planteamientos de Bachelier son coherentes con el proceso estocástico que describe el Movimiento Browniano, que como indica Jorion (2007) es el siguiente:

$$\Delta S = \mu \Delta t + \sigma \Delta z \quad [51]$$

La ecuación anterior indica que el cambio en el precio ΔS depende de una media μ , una volatilidad σ y un proceso de Wiener Δz , y este, se comporta de acuerdo a una distribución normal con media cero y varianza proporcional a Δt . Como ya fueron mencionadas, las características de este modelo están asociadas a que los datos deben ser independientes, aleatorios y con una misma distribución. Teniendo en cuenta lo anterior, la propiedad de la media y la varianza para variables independientes y con idéntica distribución se describe a continuación:

Para la media:

$$E(\sum_{i=1}^n X_i) = \sum_{i=1}^n E(X_i) \quad [52]$$

Para la varianza:

$$Var(\sum_{i=1}^n X_i) = \sum_{i=1}^n Var(X_i) \quad [53]$$

Con lo anterior, es posible determinar la regla de la raíz cuadrada del tiempo, ya que si $S(T + t) - S(t)$ es aleatoria, independiente y distribuida según una normal con media cero y varianza proporcional al intervalo ΔT (León & Vivas, 2010), entonces es cierto que:

La serie sigue una distribución $N(0, \sigma \Delta T^2)$. Es decir que, si la varianza es de 1 a un intervalo de 4 periodos y, teniendo en cuenta la propiedad aditiva de la media y la varianza, se tiene que la serie sigue una distribución $N(0, 1 + 1 + 1 + 1)$ siendo esto aproximadamente $N(0, 4)$. Lo anterior en términos de desviación sería $N(0, \sqrt[2]{1^2 \sqrt{4}})$, por lo que se habla de la raíz del tiempo. Para anualizar la volatilidad, dependiendo de la periodicidad de los rendimientos se procede de la siguiente manera:

- i.** Rendimientos diarios: $\sigma_{anual} = \sigma_{diaria} \sqrt{252} \rightarrow$ Suponiendo que son 252 días hábiles de negociación.
- ii.** Rendimientos semanales: $\sigma_{anual} = \sigma_{semanal} \sqrt{52}$
- iii.** Rendimientos mensuales: $\sigma_{anual} = \sigma_{mensuales} \sqrt{12}$; etc.

Las características de la volatilidad y, de la raíz del tiempo son utilizadas para calcular el VaR, que es una medida de tipo estadística. Esta puede utilizarse para calcular el valor en

riesgo de acciones, divisas, TES, portafolios, entre otros activos financieros; y, se define como la máxima pérdida que se puede llegar a tener de una inversión realizada, a un cuantil elegido y un horizonte de tiempo determinado (León & Vivas, 2010), matemáticamente se tiene:

$$VaR = NZ\sigma\sqrt{T} \quad [54]$$

Donde:

N = valor de la inversión conocido.

Z = valor correspondiente a la curva normal, del cuantil.

σ = volatilidad del activo financiero.

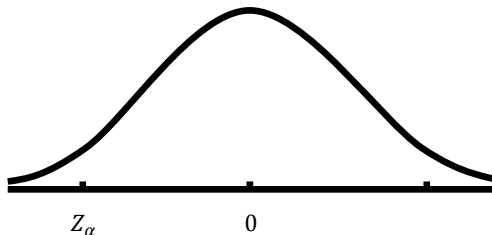
Ya definidas, las características de la volatilidad y de la raíz del tiempo, y teniendo en cuenta que el $VaR = Z\sigma\sqrt{T}$ faltaría por definir a Z .

Si $R_\alpha \sim N(\mu, \sigma^2)$ entonces $Z_\alpha = \frac{R_\alpha - \mu}{\sigma}$

Donde R_α podría ser el precio o la rentabilidad del activo financiero.

Si R_α es la rentabilidad, entonces de acuerdo a una distribución normal se tiene:

Gráfico 9. Campana de Gauss



Fuente: Elaboración propia

Por lo tanto, si $R_\alpha \sim N(0, \sigma^2)$, que coincide con las características del Movimiento Browniano, entonces $Z_\alpha = \frac{R_\alpha - 0}{\sigma}$ y dado que Z_α es conocido, y lo que se necesita conocer es la rentabilidad, esto da:

$$Z_\alpha \sigma = R_\alpha \quad [55]$$

4.9.2. Raíz H del Tiempo

En 1951 el británico Edwin Hurst publicó un documento donde indicaba que el rango de la suma acumulada de las desviaciones del flujo del río Nilo, se ampliaba según una potencia a la que llamo K, esta muestra la relación entre la distancia y el tiempo, Hurst, apoyado en sus hallazgos determinó que el rango no se ampliaba según una raíz cuadrada sino $\frac{R}{\sigma} \sim c * n^K$. Por lo tanto, la distancia que una variable aleatoria cubre con respecto al tiempo (R) es aproximadamente igual a una constante independiente (c) multiplicada por la unidad de tiempo (n), esta elevada a una potencia (K), la cual, en sus estudios le dio 0.72 como la mejor medida para la construcción de la presa (Hurst H. E., 1956).

Mandelbrot y Wallis (1969), deciden graficar la distancia que una variable aleatoria cubre con respecto al tiempo $R/S \sim c * n^H$, esta función es conocida como análisis de rango reescalado y se usa para contrastar la dependencia de largo plazo. El rango reescalado mide el rango de las desviaciones de las sumas parciales de una serie temporal respecto de su media, reescalado por la desviación típica de la serie (Espinosa M., 2007), la ecuación 56 muestra la función resultante para encontrar H a partir del rango reescalado.

$$\text{Log} (R/S)_n = \text{Log}(c) + H * \text{Log} (n) \quad [56]$$

De acuerdo a Mandelbrot y Hudson (2006), si $H > 0.5$ la serie es persistente, es decir que variaciones positivas (negativas) son seguidas con mayor probabilidad por variaciones positivas (negativas), esto con el tiempo tiende a revertirse, si $H < 0.5$ es antipersistente, por lo tanto, cada paso será seguido con mayor probabilidad por otro en dirección contraria, y finalmente si $H = 0.5$ la serie es aleatoria lo que significa que hay igual probabilidad de que el siguiente dato suba o baje.

En torno a las series financieras, se han desarrollado diversos trabajos donde, por medio del exponente de Hurst usando el rango reescalado, Greene & Flielitz (1979) demuestran que la rentabilidad de las acciones se caracteriza por la dependencia de largo plazo, de otra parte Peters (1989) encuentra evidencia de la existencia de dependencia de largo plazo en el mercado de bonos con una persistencia realmente significativa; la importancia de la dependencia de largo plazo también ha sido considerada por Fama (1988), Lo y Mackinlay (1988) y Poterba y Summers (1988) quienes la encuentran en los precios de los activos (Lo, 1991). El trabajo de Espinoza (2007) demuestra la dependencia de largo plazo en los retornos de índices bursátiles de Chile, Argentina, Brasil y México; los resultados de León y Vivas (2010) demuestran la presencia de dependencia o memoria de largo plazo en el mercado accionario y de renta fija colombianos, entre otra serie de trabajos.

Adrew W. Lo, en 1991 publicó un documento en el que reconocía la importancia del hallazgo de la dependencia de largo plazo; no obstante indicaba que el rango reescalado no estaba diseñado para distinguir entre dependencia de corto y largo plazo (Lo, 1991), por lo que diseñó una nueva metodología a la que llamó rango reescalado modificado (mR/S) y un estadístico con el fin de distinguir entre dependencia de corto y largo plazo, este se muestra en la ecuación 57.

$$V_n(q) = n^{-0.5} Q_n \quad [57]$$

Donde

$$Q_n = \frac{1}{\hat{\sigma}_n(q)} \left[\max_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_n) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_n) \right] \quad [58]$$

Y donde:

$$\hat{\sigma}_n^2(q) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x}_n)^2 + \frac{2}{n} \sum_{j=1}^q w_j(q) \left\{ \sum_{i=j+1}^n (x_i - \bar{x}_n)(x_{i-j} - \bar{x}_n) \right\} \quad [59]$$

$$w_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1} \quad [60]$$

Con la ecuaciones 57, 58 y 60, se observan las modificaciones que realizó Lo (1991) al rango reescalado. En la primera reemplazó la desviación estandar muestral por un estimador que incluyera la varianza y la autocovarianza hasta un rezago q y la segunda es que desarrollo el estadístico $V_n(q)^{25}$ con el que se puede evaluar la hipotesis nula de independencia (León & Vivas, 2010). Lo (1991) determinó un intervalo de [0.809 - 1.862] con un nivel de confianza del 95%, si $V_n(q)$ esta dentro del intervalo, no es posible rechazar la hipotesis nula.

Lo (1991), basandose en Andrews (1991), propone un q optimo que se define en la ecuacion 61.

$$q = (3n/2)^{\frac{1}{3}} * (2\rho/1 - \rho^2)^{\frac{2}{3}} \quad [61]$$

Donde q es una función que se aproxima al siguiente entero, n es el tamaño de la muestra y ρ es el coeficiente de correlación de primer orden.

²⁵ Como señalan León y Vivas (2010), si se escoge un número considerable de rezagos, este estadístico asintóticamente no rechazará la hipótesis nula de independencia, por lo que resulta ser sensible y muy restrictiva.

Dados los obstáculos y restricciones del estadístico $V_n(q)$, León y Vivas (2010), presentan seis alternativas²⁶ de hipótesis nulas de independencia para comprobar si existe evidencia de dependencia de largo plazo significativa, estas se exponen a continuación:

- i. H esperado en el caso asintótico [$H_{n \rightarrow \infty} = 0.5$].
- ii. H esperado en el caso cuasi-asintótico de series aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas como una normal [$H_{iid} N \sim (0,1)$]²⁷.
- iii. H esperado en el caso cuasi-asintótico para series aleatorias e independientes [H_{iid}] que presentan exceso de sesgo y curtosis²⁸, es decir, que difieren de la normal.
- iv. H esperado para series finitas [$H_{fin 1}$], que se calcula con E(R/S) de la ecuación 62 y aplicando la ecuación 56.

$$E\left(\frac{R}{S}\right) = \frac{n-1/2}{n} \frac{1}{\sqrt{n\pi/2}} \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-i}{i}} \quad [62]$$

- v. H esperado para series aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas como una normal²⁹.
- vi. H esperado basado en la simulación de 5000 versiones independientes de la serie original, para obtenerlo,

El estadístico utilizado por León y Vivas es el que se muestra en la ecuación 63.

$$Z_i = \frac{H - E(H_i)}{\sigma(E(H_i))} \quad [63]$$

²⁶ Las últimas tres alternativas reconocen el sesgo derivado de la utilización de series finitas, por lo que León y Vivas (2010) consideran que en estas será más difícil el rechazo de la hipótesis nula de independencia.

²⁷ Los valores correspondientes a este H esperado, a diferentes ventanas de tiempo, lo puede ver en la tabla 2 de León y Vivas (2010)

²⁸ Los valores correspondientes a este H esperado, a diferentes ventanas de tiempo, lo puede ver en la tabla 4 de León y Vivas (2010), la serie que utilizaron para calcular el H esperado, es la de S&P500.

²⁹ Está hipótesis difiere de la segunda en que la extensión equivale a la cantidad de datos observados de las series utilizadas, para ampliar el tema vea (León & Vivas, 2010).

Donde H es el exponente de Hurst estimado sobre los datos reales, $E(H_i)$ es el valor esperado del exponente de Hurst y $\widehat{\sigma}(E(H_i))$ es la desviación estándar del valor esperado del exponente de Hurst. En aquellos casos en que Z_i exceda ± 1.96 (± 2.576) será posible rechazar la hipótesis nula de independencia i al 95% (99%) de confianza (León & Vivas, 2010).

Hasta esta parte del trabajo, se ha dado a conocer los contenidos teóricos que componen las representaciones del imaginario de volatilidad que serán usadas en la valoración de opciones europeas; los supuestos y la cantidad de modelos que son usados en la presente investigación para tal objetivo muestran cómo la volatilidad no es un concepto al que pueda adaptársele una única medición, por lo que además de las expuestas son muchas las interpretaciones de la volatilidad que dan origen a nuevas representaciones de la misma. Ya sea por medio del uso de un promedio con datos históricos, los parámetros de una distribución ajustada a la serie, coeficientes que soporten dependencia de los rezagos o percentiles tanto de la historia como de simulaciones de datos futuros, aunque existe evidencia de relaciones entre ellas cada una de las metodologías estudiadas es consecuente con una visión distinta acerca de las características de la volatilidad y junto a sus unidades matemáticas algunas son aprobadas por inversionistas que a diario siguen dichas medidas para conformar sus portafolios. Para tal efecto también consideran a la raíz cuadrada del tiempo como la principal técnica de reescalación de la volatilidad en lapsos determinados, dando aplicación a las representaciones en aspectos como cuantificación de datos como la máxima pérdida esperada, no obstante sin dejar de lado que el imaginario de volatilidad puede contemplarse desde muchos puntos de vista, existen otras alternativas que afirman que existe memoria en las series y que por tal el exponente que debe ser usado para ajustar la continuidad de la volatilidad en el tiempo no siempre es de 0.5.

CAPÍTULO 5. DERIVADOS FINANCIEROS

“Aún hay una preocupación, incluso después de que tú estés de acuerdo con los derivados y sus modelos asociados, son herramientas que deben usarse con prudencia”

James Weatherall

El presente capítulo tiene como fin ubicar al lector en el contexto de los productos derivados dentro de los que se encuentran las opciones financieras, siendo estas objeto de estudio de la presente investigación, lo que determina sin duda la importancia de exponer una descripción de estos instrumentos. Por consiguiente, se propone detallar la estructura y forma de operar de los derivados financieros como punto clave para el cumplimiento del objetivo general. Acorde con lo anterior, en los siguientes apartados se presentan de manera general la clasificación de los derivados, los escenarios de negociación y sus agentes; los mercados de derivados latinoamericanos e internacionales; la regulación en Colombia y las opciones financieras como uno de los instrumentos de cobertura más apropiados para el mercado de renta fija.

5.1. Clasificación de los derivados, escenarios de negociación y sus agentes

Antes de dar paso a la clasificación, para el desarrollo de la presente investigación, los productos derivados son reconocidos “como contratos privados que derivan su valor del precio de otros activos denominados subyacentes, entre los que se ubican las acciones, las materias primas, los títulos de deuda pública, las divisas” (Jorion G. P., 2007) y, los portafolios que con ellos se conforman; por lo que, su valor nominal se encuentra definido en los mismos términos de moneda. Los derivados son usados para asumir posiciones

contrarias a las que se poseen en cualquiera de los subyacentes y, su negociación implica que dos partes adquieren un compromiso futuro firme u opcional de comprar, vender algún bien o pagar una obligación financiera, todo esto, bajo una serie de condiciones a cambio de un precio determinado. Todos aquellos que adquieren un derivado realizan especial análisis en el precio del mismo, debido a que éste debe ser equivalente a la obligación que se adquiere, de allí que no sea necesariamente igual a su subyacente, teniendo en cuenta que se puede hacer pago del mismo en el momento de la celebración del contrato o a un plazo determinado. Teniendo clara su definición, la clasificación de los productos derivados se muestra en la tabla 6.

En el entorno económico - financiero existen dos modalidades para efectuar transacciones: como primera, se encuentra, los **mercados estandarizados** caracterizados por hacer más sofisticados los escenarios de interacción, por ofrecer variedad de productos para invertir en el mercado y por garantizar en cierta medida la efectividad y transparencia de las negociaciones; eliminando el riesgo de contraparte. A la otra modalidad, se le reconoce como **OTC**, estos son mercados no organizados; es decir, las negociaciones responden a acuerdos entre partes y se desarrollan de una manera informal evitando la complejidad del sistema estandarizado, este mercado no presenta evidencia concreta de los sentimientos de los agentes, simplemente, responde a la necesidad de las instituciones o personas de cubrirse o generar algún rendimiento; para ello, buscan su propia contraparte y en el efecto de la negociación cada cual se limita a la confianza que tenga en la otra parte respecto del cumplimiento de las condiciones contractuales, razón por la cual siempre está latente el riesgo de contraparte; para el caso de los derivados, el mercado OTC es el que presenta mayores volúmenes de negociación porque ofrece distintas oportunidades en cuanto a inversión además de que permite diseñar productos a la medida.

Tabla 6: Clasificación de los productos derivados

DERIVADO	DEFINICIÓN
Forwards	Son acuerdos privados, desarrollados en el mercado OTC, para el intercambio de un bien por dinero o un bien por otro en una fecha futura, su valor, cantidad y fecha de entrega son previamente determinadas, por lo que el cumplimiento del contrato constituye una obligación para las partes independientemente de las condiciones en las que se encuentre el mercado; no obstante, por tratarse en su mayoría de negociaciones OTC, existe el riesgo de contraparte.
Futuros	Son acuerdos para comprar o vender una cantidad definida de un activo a un precio determinado en una fecha específica en el futuro. Su precio en el mercado estandarizado está determinado por un límite inferior y superior acorde con las variaciones del subyacente. Estos instrumentos se negocian en mercados estandarizados, razón por la que poseen mayor rigurosidad al existir un sistema de compensación que elimina el riesgo de contraparte.
Opciones	Son instrumentos que le dan la posibilidad a su tenedor de comprar o vender un activo a un precio acordado en una fecha determinada. Esto quiere decir que, quien compra la opción tiene el derecho a decidir si comprar o vender según las condiciones del mercado. Dicho derecho implica el pago de una prima a quien asume la responsabilidad de comprar o vender y de acuerdo a ello puede tratarse de una opción call o put, adicionalmente, teniendo en cuenta el momento en el que la capacidad para ejercer puede ser efectuada, éstas pueden ser europeas o americanas.
Swaps	Son acuerdos entre dos empresas o inversionistas para intercambiar flujos de caja en el futuro, en su mayoría implican la recepción de un capital a un precio o una tasa determinada en la fecha pactada, a cambio del pago del mismo a unas condiciones distintas.
Derivados de Crédito	Son contratos que proporcionan un seguro contra el riesgo de incumplimiento de parte de una empresa específica y funcionan bajo la modalidad de Swaps, siendo los CDS, los más reconocidos ya que brindan la posibilidad a quien los compra de recibir las obligaciones de sus acreedores aun en el evento en que éstos incumplan, por lo que la otra parte se compromete a realizar dicho pago, a cambio de la recepción de unos pagos periódicos.
Derivados de clima	Dada la vulnerabilidad que muchas empresas tienen con respecto a las variaciones en el clima, en el mercado OTC se implementaron una serie de productos derivados asociados a las opciones que generan una serie de pagos acorde con los promedios diarios de temperatura alcanzados en una fecha determinada.
Derivados de energía	En la industria energética se han logrado desarrollar derivados de alta complejidad que además de usar sus productos como subyacentes, que mueven diariamente los mercados, en el mercado OTC se contratan con el fin de garantizar el suministro de bienes como el petróleo, el gas natural, y la electricidad.
Derivados de seguro	Debido a la alta exposición de muchas empresas de seguro, estas mitigan su exposición gracias a la celebración de contratos de re-aseguro que funcionan como un derivado ante siniestros de amplia magnitud.

Fuente: Elaboración propia

En cuanto a los agentes de dichos mercados, existen tres: los que les interesa cubrirse de riesgos de otras posiciones; los que desean especular, buscando ganancias y; los que buscan oportunidades de arbitraje. La **cobertura** “es una combinación de operaciones mediante la cual uno o varios instrumentos financieros, denominados instrumentos de cobertura, se designan para reducir o anular un riesgo específico que pueda tener impacto en el estado de

resultados como consecuencia de variaciones en el precio justo de intercambio, en el flujo de efectivo o en el tipo de cambio de una o varias partidas, denominadas posiciones primarias” (SFC, 2007); es decir, que son agentes quienes desean evitar una exposición a cambios adversos en el precio de un activo - para la presente investigación, la cobertura es el fin último del planteamiento de opciones sobre títulos de renta fija- ; los **especuladores**, son quienes apuestan a que el precio suba o baje, ellos tratan de entrar en el mercado por lo general de manera brusca y excesiva para llevar el precio hasta los niveles esperados, generando oportunidades de apalancamiento y ganancias por los desequilibrios causados en el mercado; y finalmente los **arbitrajistas**, quienes buscan asegurar una utilidad a cero costo sin asumir riesgos, realizando simultáneamente transacciones en dos o más mercados.

El arbitraje y la especulación, constituyen una oportunidad que en el mercado de derivados es muy probable en gran cantidad de ocasiones pero al mismo tiempo conllevan una serie de peligros ya que se trata de productos cuya versatilidad es generadora de graves problemas por los volúmenes, subyacentes y obligaciones que implica.

5.2. Mercados de derivados Latinoamericanos e Internacionales

Las economías más desarrolladas han demostrado la importancia de crear mercados donde se negocien productos derivados, dado que estos, permiten a los agentes gestionar y diversificar mejor sus riesgos; la creación de estos mercados, significa un mayor desarrollo en los mercados financieros trayendo consigo crecimiento y estabilidad tanto en las economías avanzadas como emergentes. Es por esto que, algunos países Latinoamericanos han venido desarrollando mercados estandarizados para la negociación de productos derivados fomentando de esta forma la estabilidad y el crecimiento económico.

De acuerdo a la experiencia internacional, los mercados de derivados traen consigo diferentes ventajas, una de ellas es el incremento de los flujos de inversión impulsando el mercado nacional al atraer tanto a inversionistas internos como extranjeros. En adición optimizan la liquidez de los mercados de los activos subyacentes y mejoran la confianza de los agentes frente a las negociaciones al existir una cámara central de contraparte, ya que se asegura el cumplimiento de las operaciones y, amplía la gama de productos y oportunidades de negociación, tanto en inversión como en cobertura.

En Argentina se encuentra el Mercado a Término de Rosario S.A. (**ROFEX**), el mercado de futuros más importante de dicho país, en este se negocian futuros y opciones, y nace en 1909 para lograr equilibrar las fluctuaciones de los precios, en ese mercado se encuentran los siguientes productos financieros: futuros y opciones sobre el dólar, el petróleo, la Soja Chicago, los Cupones PBI en pesos y Maíz Chicago; y futuros sobre el euro, el oro y Títulos Públicos. En el ranking de FIA se encuentra en la posición 28 a nivel mundial. **MexDer**, es el Mercado Mexicano de Derivados, el cual inició operaciones en 1998, y se caracteriza por ser uno de los más dinámicos del mundo por planear, cubrir y administrar el riesgo financiero de los futuros y opciones, para optimizar el rendimiento de los portafolios de inversión, en este mercado se negocian futuros y opciones sobre divisas, índices y acciones; opciones sobre ETF's; swaps sobre tasas y futuros sobre deuda.

En Brasil se encuentra la bolsa de derivados líder en Latinoamérica, quinta a nivel mundial en el ranking de FIA; se estableció en enero de 1986, ya en el año 2008 con la integración de BOVESPA y BM&F nace **BM&FBOVESPA** una de las bolsas más grandes del mundo por capitalización bursátil, respecto a sus productos derivados financieros, la bolsa de Brasil ofrece derivados sobre: tasas de interés, índices, tasas de cambio e instrumentos de deuda soberana. De acuerdo a la encuesta anual de volumen de FIA, en la variación porcentual del número de contratos, de 2008 a 2013, la bolsa de derivados de Brasil, se

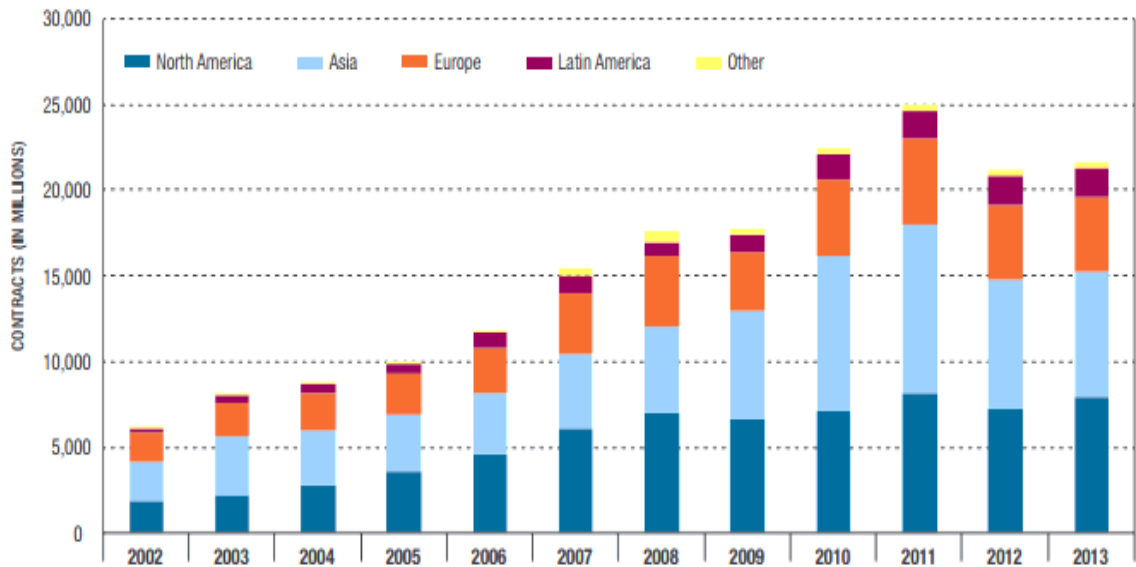
encuentra en la séptima posición a nivel mundial en la categoría de índices de renta variable y ocupa la cuarta y quinta posición en derivados sobre tasa de interés.

La bolsa de derivados más importante del mundo, es la CME Group, el mercado de instrumentos derivados más grande y diverso del mundo, operando más de 3 mil millones de contratos por año, primera en el ranking de FIA. Nace en 1848 bajo el nombre CBOT y en 2007 se integra con CME conformando CME Group Inc; en esta bolsa se negocian entre otros, una amplia variedad de productos derivados. En España se encuentra el MEFF, este inició su actividad en noviembre de 1989, sus productos son: MEFF Renta Fija, donde ofrece derivados de renta fija y MEFF Renta Variable donde se negocian futuros y opciones sobre Ibex 35, futuros Ibex 35 mini, futuros y opciones sobre acciones. La bolsa de derivados de España, para 2013, ocupó la posición 26 en el ranking de FIA.

Entre otras bolsas de derivados del mundo, se encuentran: NYBOT, la bolsa de derivados de Nueva York; LSE, la bolsa de derivados de Londres una de las más antiguas del mundo donde se negocian opciones y futuros sobre índices y acciones, ocupa el puesto 29 de acuerdo a FIA; Borsa Italiana adquirida por London Stock Exchange en 2007, la cual utiliza un sistema de negociación totalmente electrónico para la ejecución en tiempo real de las negociaciones; y HKEx, la bolsa de derivados de Hong Kong, donde se transan opciones y futuros sobre índices y acciones y futuros sobre renta fija, este mercado opera con un riguroso sistema de gestión de riesgos que permite a sus participantes satisfacer sus necesidades de inversión y cobertura, en la clasificación de FIA ocupa la posición 15 a nivel mundial.

Respecto a la participación en el mercado global de derivados, en la cantidad de contratos transados, en el gráfico 10 se puede observar un crecimiento de la región latinoamericana en la negociación de estos instrumentos, la participación en 2013 fue de 7.8%.

Gráfico 10. Volumen Global de Opciones y Futuros por Región



Fuente: Futures Industry (FIA)

Pese al crecimiento de la región Latinoamericana, la participación es relativamente baja frente a las otras regiones, un ejemplo de ello es Europa con una participación a 2013 del 20,1%, por lo que resulta evidente la importancia del desarrollo de mercados estandarizados donde se puedan negociar variedad de productos derivados, para extender la oferta de diferentes activos que impulsen los mercados financieros a nivel Latinoamerica.

En el gráfico 10 también se observa la gran participación que ha venido teniendo el mercado de derivados asiático, esto se debe al rápido crecimiento de la negociación de opciones y futuros sobre índices en la mayor parte de la región pacifica especialmente en China y Japón; además, el mercado de futuros de materias primas en China ha crecido rápidamente gracias a que las autoridades chinas han permitido la negociación de nuevos tipos de futuros, lo que resalta la importancia de ofrecer variedad de productos para que los mercados de derivados crezcan en mayores proporciones. Por el lado de Norte América, el crecimiento se debe al incremento en la negociación tanto de opciones como futuros de tasa

de interés, causado principalmente por los cambios esperados frente a las tasas; adicionalmente, el volumen de negociación de las opciones sobre los futuros del Tesoro han venido creciendo rápidamente. De acuerdo a FIA, dentro del volumen global de futuros y opciones por categoría, para el 2013, la mayor participación a nivel mundial fue de los contratos sobre acciones con un 29.6%, seguido por los contratos sobre índices con un 24.8%, tasas de interés con un 15.4% y monedas con un 11.5%.

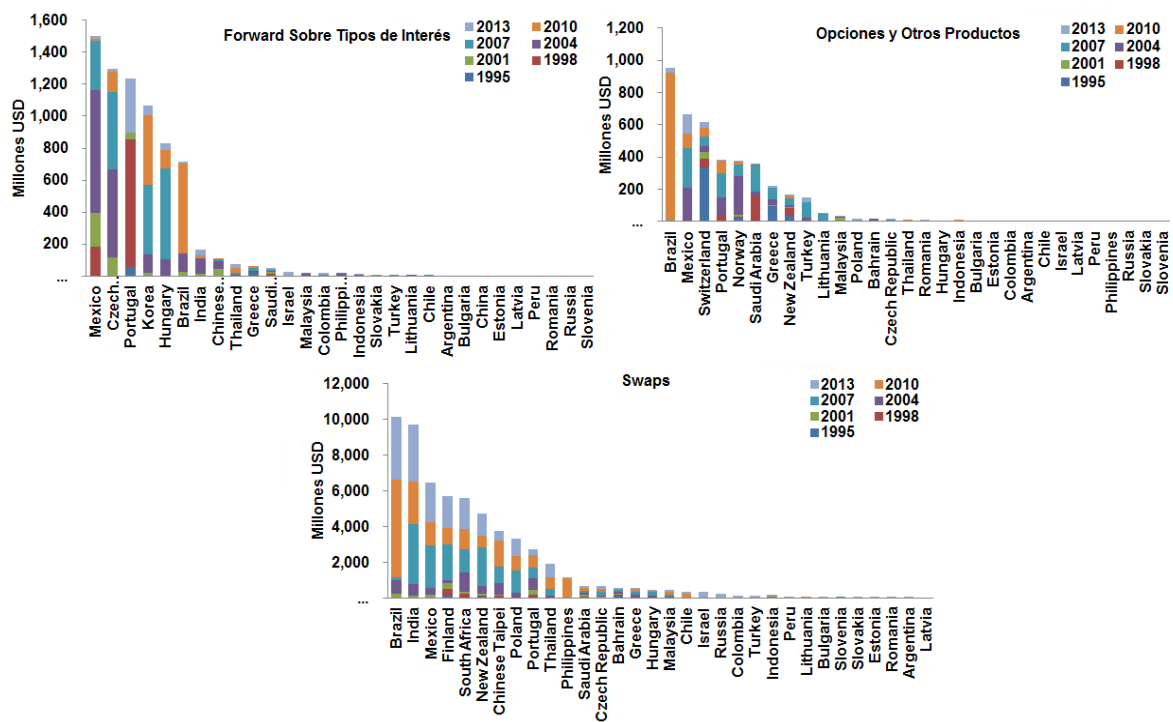
En definitiva, se ha hecho notable el crecimiento que han tenido los mercados financieros de las diferentes economías al incluir variedad de productos derivados dentro de sus activos de negociación, además lo planteado sirve como evidencia para justificar la implementación en el mercado estandarizado colombiano de otros tipos de derivados entre los que se encuentran las opciones financieras, Colombia no puede quedar rezagada de las economías latinoamericanas. Dicho esto, es posible concluir que el desarrollo de las negociaciones con productos derivados resulta ser cada día más importante en el crecimiento de los mercados financieros, además, las economías emergentes que ya cuentan con mercados estandarizados han estado implementando estrategias para mejorarlos y lograr incrementar sus participaciones a nivel mundial, adicional a esto, la negociación de derivados sobre renta fija ha tomado cada vez más importancia al incrementarse su participación y variedad de contratos en los diferentes mercados de derivados.

5.3. Mercado de Derivados en Colombia

Colombia no es una economía ajena al desarrollo de mercados de derivados, pues al igual que otros países latinoamericanos, además de contar con un mercado OTC cuenta con un mercado estandarizado para la negociación de estos instrumentos. En contraste con lo anterior, es necesario resaltar que el primero es proporcionalmente más grande que el segundo, el motivo, es que el OTC permite la creación de instrumentos a la medida de acuerdo a las necesidades de la contraparte, mientras que el segundo, no ofrece gran

variedad de productos, y los que ofrece son estandarizados. En el mercado OTC colombiano, se negocian principalmente forward, swaps y opciones; según estadísticas del BIS, Colombia hasta el año 2013 había negociado un total de 18, 125 y 0.1625 millones de dólares desde el año 2007, en forward, swaps y opciones respectivamente. Pese a lo anterior, el mercado OTC es mucho más riesgoso que el mercado estandarizado al no contar con una cámara de compensación que es aquella que elimina el riesgo de contraparte.

Gráfico 11. Monto del Mercado de Derivados OTC por País³⁰



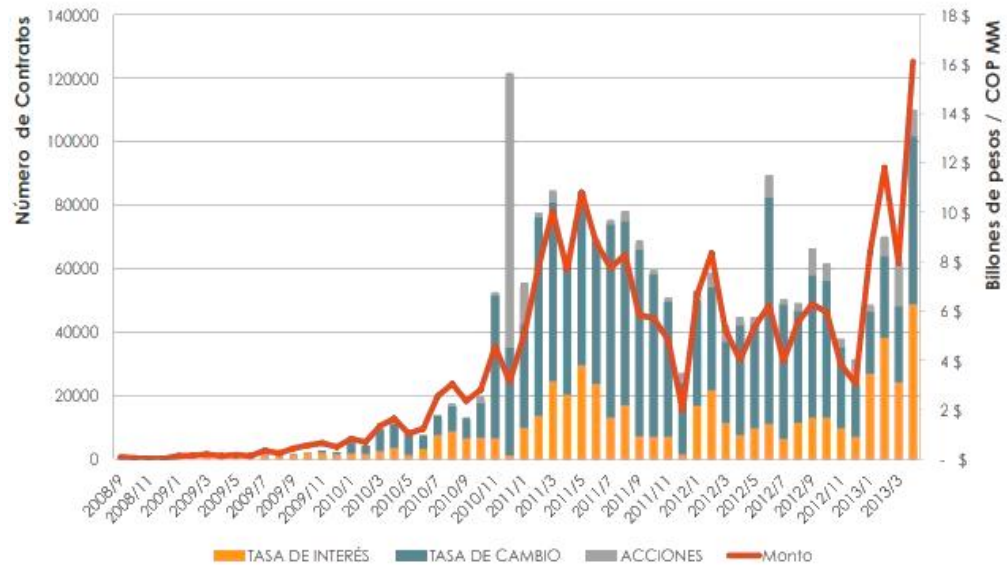
Fuente: Elaboración propia con información del BIS

En el año 2013, Colombia se ubicó en los puestos 32, 39 y 45 de un total de 54 países, por monto negociado en forward, swaps y opciones respectivamente. Esta baja ubicación, cómo se observa en el gráfico, demuestra el poco desarrollo que tiene Colombia en el mercado de derivados OTC, dado que se encuentra por debajo de las negociaciones de

³⁰ No se tuvieron en cuenta algunos países, debido a que sus montos son muy grandes.

Brasil y México en cuanto a forward y opciones se refiere; además de, Chile en Swaps, aunque se ubica por encima de Argentina y Chile en el monto total de forward y opciones. En contraste con lo anterior, en Colombia la mayoría de lo que se transa es OTC, por razones ya explicadas, lo que evidencia el reducido tamaño del mercado organizado de derivados, sin embargo, la negociación de estos instrumentos estandarizados, ha tenido una evolución considerable en cuanto a la cantidad de contratos y monto negociado, llegando en el 2013 a un monto promedio diario aproximado de 528 mil millones de pesos.

Gráfico 12. Evolución del Mercado de Derivados Estandarizados en Colombia



Fuente: CRCC

Es evidente el incremento que ha tenido el mercado de derivados estandarizados, rompiendo la barrera de los 20 mil contratos negociados a partir del cuarto trimestre de 2010, permitiendo un incremento entre el 2010 y el 2011 de aproximadamente 235%. Adicionalmente en el gráfico se observa la fuerte participación que han tenido los futuros sobre divisas y sobre deuda, siendo este último el que tiene la mayor participación en cuanto a monto se refiere. Todo esto genera oportunidades en el mercado para tranzar estos

instrumentos eliminando el riesgo de contraparte, característico de los mercados OTC gracias a la presencia de la CRCC.

Ahora bien, en cuanto al escenario de negociación de los derivados estandarizados en Colombia, esta se realiza por medio de la BVC desde el mes de septiembre de 2008, en la tabla 7 se resume la evolución de este mercado en términos de los productos ofrecidos.

Tabla 7. Evolución del Mercado de Derivados en Colombia: Productos Ofrecidos

2008	Septiembre	Futuro TES Mediano Plazo
	Diciembre	Futuro TES Corto y Largo Plazo
2009	Agosto	Futuro de Tasa de Cambio Dólar/Peso
2010	Marzo	Futuro sobre la Acción de Ecopetrol y PFBancolm
	Abril	Forward NDF USD/COP
2011	Octubre	Futuro sobre Energía y Futuro Mini de Tasa de Cambio
	Marzo	Futuro Índice Accionario COLCAP
2012	Octubre	Futuro Mini sobre Energía
	Junio	Futuro de IBR
2013	Julio	Futuro sobre la Acción de Pacific y Futuro de Inflación
	Marzo	Futuro de TES Referencias Específicas
	Mayo	Futuro de Acciones sin Entrega

Fuente: Elaboración propia con información de CRCC

Actualmente el Mercado de Derivados de la BVC negocia únicamente Futuros; aparte de los expuestos en la tabla 4, se transan futuros sobre las acciones Preferencial Grupo Sura, Éxito, Nutresa, Grupo Argos, ISA, Preferencial Grupo Aval y Cementos Argos.

El hecho de que en el mercado colombiano se negocien futuros sobre diversidad de activos subyacentes lleva a pensar en la opción de diversificar los tipos de derivados ofrecidos. Si bien la negociación de opciones en el mercado estandarizado ha sido tomada en cuenta dentro del marco regulatorio de derivados en Colombia, dicha negociación no ha pasado al

escenario bursátil, situación que se presenta como una oportunidad para empezar a transar este tipo de instrumentos acogiéndose a los estándares internacionales, incrementando de esa forma la oferta de productos en el mercado de valores, para que los inversionistas y participantes tengan más posibilidades a la hora de elegir herramientas sobre las que invertir o con las que cubrirse y, así aumentar la eficiencia y reducir los costos transaccionales.

5.4. Regulación de Derivados Financieros en Colombia

Respecto a las normas generales del mercado de derivados en Colombia, en la tabla 8 se exponen: el Reglamento General del Mercado de Derivados de la BVC, el Decreto 1796 de 2008, Capítulos XVIII y XXI de la Circular Básica Contable y Financiera de la SFC.

Tabla 8. Resumen reglamento mercado de derivados en Colombia

ENTIDAD	NORMA	NOTAS
BVC	Reglamento General del Mercado de Derivados de la Bolsa de Valores de Colombia S.A	Determina que podrán ser objeto de celebración o registro de operaciones en el sistema, los Contratos de Futuros y Contratos de opciones sobre Renta Fija; estos son contratos cuyo Activo Subyacente son TES. Presenta además como características estandarizadas de los contratos la cantidad, plazo, activo subyacente, precio, forma y condiciones de liquidación.
Gobierno Nacional	Decreto Número 1796 de 2008	Se reglamentan las operaciones con instrumentos financieros derivados y productos estructurados, tanto en el mercado mostrador como en sistemas de negociación de valores.
SFC	Capítulo XVIII de la Circular Básica Contable y Financiera	Habla de los instrumentos financieros derivados y productos estructurados que negocian las entidades sometidas a la vigilancia e inspección de la SFC. En este se determina que las negociaciones puede realizarse con las siguientes finalidades: 1) Cobertura de riesgos, 2) Especulación ó 3) Realización de arbitraje en los mercados.
SFC	Capitulo XXI de la Circular Básica Contable y Financiera "Reglas relativas al sistema de administración de riesgo de mercado"	Presenta los requisitos mínimos para la negociación de derivados. Respecto a los riesgos exige que las entidades vigiladas pongan en práctica técnicas adecuadas de gestión y mitigación de riesgos, a partir de la identificación, medición, monitoreo y control permanente.

Fuente: Elaboración propia

Resulta importante resaltar en este apartado que pese a la regulación existente sobre cualquier producto derivado que se negocie en el mercado, y la apertura que permiten estas normas a la negociación de productos tanto tradicionales como exóticos; en Colombia, como indican Alonso & Albarracín (2013), falta profundidad, interés en estos mercados además de proveedores de infraestructura de planes y acciones para su correcta implementación, lo que justifica el poco desarrollo nacional de este mercado.

5.4.1. Normativa en Valoración³¹

En cuanto a la valoración de los instrumentos financieros derivados básicos ('Plain vanilla'), la SFC determina que en caso de que no exista precio de mercado para estos instrumentos, el precio justo de intercambio es, en principio, el que resulte de aplicar las fórmulas de valoración establecidas por la SFC, las cuales suponen que no hay posibilidad de arbitraje. Sin embargo, las entidades vigiladas no están obligadas a utilizar las metodologías definidas por la SFC, siempre y cuando esta, los parámetros y fuentes de información que adopte la entidad para la valoración de los instrumentos financieros derivados básicos sean utilizadas en forma consistente, mínimo durante un (1) año, contado a partir de la modificación de la(los) misma(os), o por un plazo inferior si el instrumento financiero derivado se termina antes de dicho plazo.

Por el lado de las opciones europeas, las que incumben a esta investigación, que se negocien a través de bolsas o sistemas de negociación de valores deben valorarse siempre sobre la base del correspondiente precio de mercado en la fecha de valoración; tales precios son provistos por la respectiva bolsa o sistema de negociación de valores, donde la entidad vigilada haya negociado el instrumento financiero derivado. Tratándose de opciones

³¹ En este apartado, lo referente a valoración de opciones europeas, es tomado de la Circular Básica Contable y Financiera de la SFC.

européas negociadas en el mercado mostrador se debe utilizar el modelo de valoración de BSM, indistintamente del tipo de subyacente. Debe recalcar que dicho modelo exige que las tasas de interés a utilizar correspondan a tasas compuestas continuamente y el uso de una base año de 365 días.

El parámetro fundamental en la valoración de opciones europeas es la **volatilidad** y, según lo establecido en la Circular Básica Contable y Financiera de la SFC, para valorar estos instrumentos, si se trata de una opción para la cual existe liquidez se pueden tomar las volatilidades explícitas a distintos plazos que se transan en el mercado o, también, las volatilidades implícitas a partir de las primas negociadas en el mercado. La norma no es rígida al definir un único método para el cálculo de la volatilidad, dado que no existe un modelo único para la predicción de la misma, característica esencial por la que en la presente investigación esta se entiende como un imaginario. De conformidad con lo anterior, la SFC le da a las entidades vigiladas toda la responsabilidad de elegir la metodología con completa discrecionalidad a efectos de valorar adecuadamente las opciones.

La SFC (2007) propone dos metodologías; una de ellas, es usar la volatilidad histórica del subyacente correspondiente a un período de tiempo igual al plazo faltante para la expiración de la opción a valorar; la otra, es utilizar un modelo de volatilidades implícitas, en caso de que la entidad haya negociado por lo menos 20 opciones sobre el mismo subyacente bajo condiciones más o menos similares, puede usar la volatilidad que resulta a partir de los precios negociados.

En vista de que las entidades tienen oportunidad de elegir la metodología que desee, la SFC (2007) define unos criterios y requisitos para ello entre los que se encuentran (SFC, 2007): (I) la volatilidad se debe estimar con criterios de prudencia, lo cual significa elegir entre

diversas alternativas la que menos utilidades proporcione o la que mayores pérdidas genere; (II) la metodología utilizada para la estimación debe estar, documentada y aprobada internamente la entidad, y someterse al control de auditoría interna; (III) la metodología debe mantenerse por lo menos durante un año, contado a partir de la escogencia o modificación de la misma, o por un plazo inferior, en el caso de que la operación se termine antes de dicho plazo; (IV) el proceso de estimación de la volatilidad debe privilegiar la información obtenida de los mercados.

5.5. Las Opciones Financieras

Como se describió inicialmente, las opciones financieras son productos derivados cuyo valor depende del valor de otro activo financiero conocido como subyacente, el cual puede ser un commodity, una acción, un bono, un ETF, una divisa, índices bursátiles, tasas de interés, entre otros. Las opciones son negociadas en mercados estandarizados y OTC. Existen diferentes tipos de opciones, siendo las más usadas las americanas y las europeas, las primeras se caracterizan porque pueden ser ejercidas en el intervalo de tiempo $(0, T)$ siendo T , la fecha de maduración, esto les da la característica de ser más costosas y poco liquidas, mientras que las segundas pueden ser ejercidas únicamente en el tiempo T , lo que le da la condición de ser menos costosas y más liquidas.

Las opciones financieras se clasifican en call y put; las primeras son aquellas que le dan al poseedor el derecho mas no la obligación de comprar el activo subyacente en un periodo determinado, a un precio establecido conocido como strike; mientras que las segundas, le dan el derecho mas no la obligación al poseedor de vender el activo subyacente a un precio determinado en el tiempo acordado.

5.5.1. Opciones Europeas

Las opciones Europeas, como ya se mencionó, son instrumentos derivados, que dan el derecho mas no la obligación de comprar o vender un activo subyacente en un precio K a un plazo T pagando una prima c o p ; estas opciones solamente pueden ser ejercidas en la fecha de vencimiento la cual es previamente acordada por las partes.

Para poder valorar las opciones europeas, se deben tener en cuenta los siguientes parámetros: el strike que es el precio de ejercicio, la volatilidad del activo subyacente, una tasa libre de riesgo, el spot que es el precio de mercado conocido del activo y el tiempo en el que expira la opción.

Por lo anterior, los factores que afectan el valor de una opción c y p , las cuales corresponden a los precios de las opciones call y put respectivamente son:

S_0 = Precio de mercado del activo subyacente en $t = 0$

K = Strike Price o precio de ejercicio

T = Tiempo hasta el vencimiento

σ = Volatilidad

r = Tasa libre de riesgo

5.5.1.1. Opciones Call: Las opciones call son aquellas que le dan al titular el derecho a comprar un activo a un precio determinado en una fecha establecida.

El límite superior del precio de estas opciones es:

$$c \leq S_0$$

Y El límite inferior es:

$$c \geq S_0 - Ke^{-rT}$$

5.5.1.2. Opciones Put: Las opciones put son aquellas que le dan al titular el derecho a vender un activo a un precio conocido en una fecha determinada.

El límite superior del precio de estas opciones es:

$$p \leq K$$

Y El límite inferior es:

$$p \geq Ke^{-rT} - S_0$$

Los efectos positivos o negativos, sobre el precio de las opciones ante cambios en los factores, se muestran en la tabla 9.

Tabla 9. Efectos Sobre Precios

Factores	Opciones Call	Opciones Put
$\uparrow S$	+	-
$\uparrow K$	-	+
$\uparrow r$	+	-
$\uparrow \sigma$	+	+
$\uparrow T$?	?

Fuente: Elaboración propia

5.5.1.3. Paridad call-put

De acuerdo a la paridad call-put, definida con la finalidad de la no existencia de arbitraje, los precios establecidos para ambas opciones, sobre un mismo activo subyacente cuyos precios de ejercicio y plazo al vencimiento son idénticos, deben coincidir de manera tal que

las carteras con dichos activos posean el mismo valor, por lo tanto, matemáticamente se tiene:

$$c + Ke^{-rT} = p + S_0 \quad [64]$$

Si la ecuación 64 se cumple, no es posible realizar arbitraje, siendo esta característica una base fundamental para la valoración de opciones.

5.5.1.4. Payoff de las Opciones

Es posible adquirir diferentes posiciones con las opciones call y put, por lo tanto un inversionista puede comprar o vender estos instrumentos, lo que lo llevaría a ubicarse en posiciones largas o cortas respectivamente. En el gráfico 13 se muestra cual sería el payoff respecto a la posición en estos instrumentos.

De acuerdo a las estrategias básicas con opciones, si un inversionista se encuentra en una posición corta en una opción call, es porque posee el activo; mientras que si está en una posición larga en el instrumento es porque se encuentra corto en el activo o le interesa adquirirlo más adelante. Por el lado de las opciones put, si el agente posee la opción es porque está en posición larga en el activo subyacente, por el contrario, si se encuentra corto en el derivado, es porque también esta corto en el activo subyacente.

De acuerdo al gráfico 13, un inversionista que se encuentre largo en una opción de compra, ejercerá su derecho si

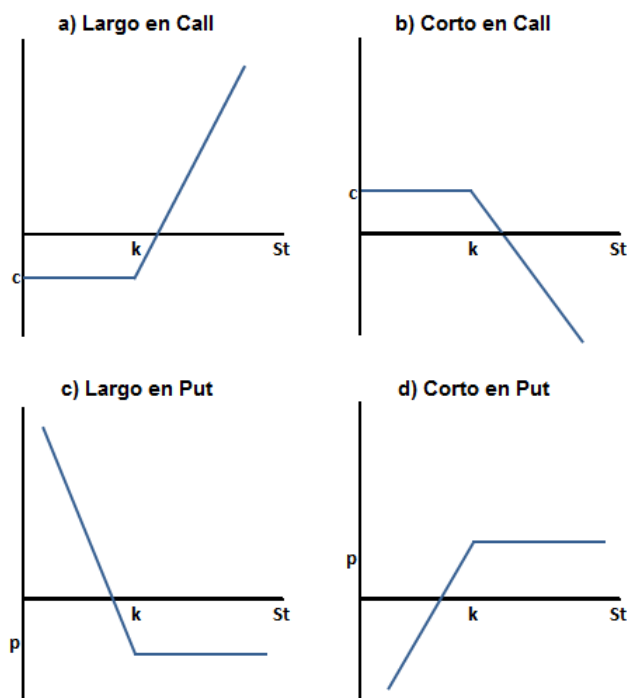
$$S_t - (K + c) > 0$$

Mientras que quien posee la opción de venta, ejercerá su derecho si:

$$(K - p) - S_t > 0$$

El inversionista será indiferente entre ejercer o no, tanto call como put, si las diferencias presentadas son iguales a cero.

Gráfico 13. PayOff Posiciones en Opciones



Fuente: Elaboración propia

El payoff al vencimiento de la opción, dependiendo el precio de mercado S_t , por cada estrategia básica descrita anteriormente, se muestra en la tabla 10.

Tabla 10. PayOff de Estrategias Básicas

Tipo Opción	Posición		Larga	Corta
	Estado Final		PayOff	PayOff
Call	$S_t \geq K+c$		$S_t - (K+c)$	$(K+c) - S_t$
	$S_t < K+c$		-c	c
Put	$S_t \geq K-p$		-p	p
	$S_t < K-p$		$(K-p) - S_t$	$S_t - (K-p)$

Fuente: Elaboración propia

5.5.2. Opciones sobre Renta Fija

Una opción sobre renta fija, es un instrumento financiero cuyo valor depende de un activo llamado subyacente, en este caso, un bono, un TES o una tasa de interés. La adquisición de este tipo de instrumentos, sirve para administrar el riesgo dentro de los portafolios de inversión, además de reducir los costos de transacción y mejorar la eficiencia de las negociaciones, en adición a lo anterior, puede ayudar a maximizar las ganancias y a disminuir las pérdidas en las inversiones realizadas; también permite realizar operaciones de cobertura, especulación con las tasas de interés o arbitraje con diferenciales.

La principal ventaja de este instrumento, frente a los otros derivados, es que al poseedor le da un derecho más no una obligación de comprar o vender el activo subyacente, en una fecha futura, a un precio determinado a cambio de una prima. Por lo que, dependiendo del tipo de opción y del precio de mercado en esa fecha futura, quien posee la opción decidirá si ejercer o no el derecho; con esto, la máxima pérdida que puede tener quien la adquiere es el valor de la prima, mientras que la pérdida puede ser mucho mayor para quien la vende.

Como ya se ha mencionado, existen dos tipos de opciones, y estas son: las call y las put; a continuación se presentan los escenarios en los que se compraría o venderían opciones sobre renta fija.

a. Comprar una call:

- i.** Cuando las expectativas frente a la tasa de descuento del título son a la baja,
- ii.** Cuando se da la primera y no hay la suficiente liquidez de $t=0$,
- iii.** Cuando se da la primera y se encuentra en una posición corta del activo subyacente, y
- iv.** Cuando el mercado experimenta fuertes ascensos.

b. Vender una call:

- i.** Necesita una liquidez inmediata a cero costo (prima),
- ii.** Las expectativas frente a la tasa de descuento del activo subyacente son alcistas,
- iii.** Cuando se da la segunda y posee el bono, y
- iv.** Cuando se esperan bajas volatilidades.

c. Comprar una put:

- i.** Cuando las expectativas frente a la tasa de descuento del activo subyacente son alcistas y posee el activo subyacente, y
- ii.** Cuando necesita cobertura por un stop loss.

d. Vender una put:

- i. Cuando requiere comprar el activo y lo logra con descuento, y
- ii. Como control de la volatilidad.

Es posible evidenciar, que las opciones sobre renta fija, permiten a los diferentes participantes del mercado ajustar su exposición ante las variaciones de los tipos de interés que pueden afectar sus balances, así mismo, dan la posibilidad a los agentes de aprovechar la volatilidad del precio de los diferentes subyacentes.

Como resultados de lo expuesto en el presente capítulo; en primera instancia, se logró evidenciar la funcionalidad de los derivados, y esta es, servir a los inversionistas como instrumentos de cobertura, especulación o arbitraje y, es por su diversidad de aplicaciones, que quienes negocian estos productos realizan especial análisis en sus precios, la obtención de dichos precios se desarrollará en el siguiente capítulo ya que es el tema de la presente investigación. Respecto a los precios, la normativa en cuanto a la valoración de estos instrumentos le da a los agentes la posibilidad de elegir la metodología que mejor considere siempre y cuando cumpla una serie de requisitos; por lo que refiere al parámetro fundamental en la valoración de opciones, la volatilidad. La SFC tampoco es rígida ya que reconoce que no existe un único modelo a elegir, por lo que esto se convierte en un sustento de volatilidad como imaginario.

En segunda instancia, la estabilidad y crecimiento económico que trae el desarrolló de mercados estandarizados para la negociación de productos derivados, permite concluir que economías como la colombiana necesitan seguir desarrollando este tipo de mercados. Algunas economías latinoamericanas como lo son Brasil y Argentina ya lo han entendido, razón por la cual incrementan constantemente la variedad de productos ofrecidos en sus mercados; en ese orden de ideas, la BVC debe ampliar la gama de productos derivados, para que no sean solamente futuros, se proponen las opciones, debido a que tienen una

característica especialmente diferenciadora del resto de instrumentos derivados, esta es, que su poseedor tiene un derecho más no una obligación, lo que le permite cubrirse contra pérdidas ante movimientos adversos de los precios u obtener ganancias si estos movimientos son favorables.

Reforzando lo expuesto anteriormente, y de acuerdo a lo desarrollado en el presente capítulo, si la BVC amplía la gama de productos derivados, muchos de los inversionistas que invierten en mercados OTC serían potenciales demandantes de estos instrumentos, atrayendo así, diversidad de capitales logrando disminuir el riesgo de contraparte. Una de las propuestas para ampliar la variedad de productos es la creación de opciones sobre renta fija considerando que, como se mostró, permite a los inversionistas entre otras cosas administrar el riesgo dentro de los portafolios de inversión, además, teniendo en cuenta lo expuesto en el capítulo 3, sobre la importancia de la renta fija cuyos altos volúmenes de negociación y montos le dan la mayor participación en el mercado financiero; las opciones sobre renta fija en el mercado estandarizado serían instrumentos muy apetecidos representando liquidez y crecimiento económico.

CAPÍTULO 6. MODELOS DE VALORACIÓN DE OPCIONES EUROPEAS

“Las ciencias no tratan de explicar, incluso tratan de interpretar, construyen modelos principalmente. Por modelo, se entiende una construcción matemática que con la adición de ciertas interpretaciones verbales, describe los fenómenos observados. La justificación de tal construcción matemática es solo y precisamente que se espera que funcione”

John Neumann

Como se ha visto hasta ahora, el contexto histórico y la base teórica de las representaciones del imaginario de volatilidad están asociados a la necesidad de cuantificar el riesgo de pérdidas por variaciones de los precios en los mercados, a las que se pretende darle la capacidad de ser percibidas de manera aproximada para la toma de decisiones de inversión. En el caso específico de este trabajo existe especial énfasis en las desvalorizaciones provocadas por los incrementos en tasa de descuento de los títulos de renta fija colombianos, encontrándose que además de requerir de mediciones³² que indiquen la volatilidad y por tal el riesgo que existe en este mercado, también se carece de suficientes instrumentos de cobertura que mitiguen dicho riesgo y promuevan en mayor medida el desarrollo y evolución de las negociaciones nacionales. Según lo estudiado en el capítulo 5, las opciones financieras europeas, se catalogan como un producto derivado muy apto considerando que a diferencia de sus semejantes la forma como está estructurado obliga al pago de una prima de parte de quien la adquiere para que le dé el derecho a ejercer o no la posición acordada en el plazo estipulado. El cálculo del valor de la prima es un factor perentorio para la inclusión de esta clase de instrumentos en el país, porque además de significar el valor de la opción es consecuencia de las expectativas frente al comportamiento del precio del subyacente, de donde se infiere que la volatilidad, en este caso de la tasa de descuento, es un parámetro fundamental, esto se demuestra en los

³² En cuyo caso las representaciones que son usadas en otra clase de negociaciones como las que comúnmente son seguidas en el mercado de renta variable, tienen el mismo grado de pertinencia y aplicabilidad.

siguientes apartados donde se expone el sustento teórico de los modelos en los que serán aplicadas las distintas representaciones del imaginario de volatilidad.

6.1. La volatilidad: variable fundamental de la valoración de opciones

La volatilidad es el componente más importante en la valoración de opciones financieras, dado que es un determinante desconocido, difícil de calcular y, que, afecta directamente tanto al precio de la opción como al precio del activo subyacente. A lo largo de la historia se han construido diferentes supuestos para su estimación sin embargo es evidente que no existe un modelo que sea 100% exacto en su predicción, por este motivo, existen diferentes modelos que intentan aproximarse a su resultado exacto a partir de supuestos que tienen mayor relación con la realidad.

La existencia de constantes variaciones en los precios de los activos, significa una volatilidad considerable y no despreciable que conlleva a riesgos de pérdidas monetarias, lo que impulsa a los inversionistas a cubrirse frente a movimientos adversos en las posiciones que tengan en el mercado y, en otros casos, a especular de forma direccional para obtener posibles rendimientos. Un mercado de opciones puede existir siempre y cuando el activo subyacente tenga un mínimo de volatilidad, de lo contrario, este no sería exitoso dado que, si por ejemplo este instrumento se usa para cobertura, el inversionista no tendrá un incentivo para adquirir opciones. Por lo anterior, los inversionistas al negociar opciones, estarían comprando y vendiendo diferentes volatilidades en el mercado dependiendo de las expectativas que se tengan frente a los activos negociados.

Con todo esto, se puede afirmar que “las opciones y la volatilidad están íntimamente unidas” (Lamothe & Pérez, 2003) dado que esta última es “la esencia de los mercados de opciones” (Lamothe & Pérez, 2003), una buena estimación de la volatilidad de los activos

subyacentes puede llegar a definir precios ideales de estos derivados y así convertirlos en adecuados instrumentos de cobertura, ésta es apenas una de las aplicaciones en las que las representaciones de la volatilidad desempeñan un importante rol en los modelos que respaldan la teoría financiera.

6.2. Modelo Black & Scholes (1973)

El modelo Black & Scholes (1973) es el más utilizado en la valoración de opciones, hay que partir del principio de que este modelo es utilizado en la valoración de opciones exclusivamente europeas, con este, se calcula su precio (prima).

El modelo B&S está determinado por la siguiente ecuación diferencial estocástica

$$\frac{dS_t}{S_t} = udt + \sigma dB_w \quad [65]$$

Donde (Haro, 2002)

$$B_w = \varepsilon_t \sqrt{dt} \quad [66]$$

Donde u y σ son constantes y $\{B_w\}$ es un MGB, usando la fórmula de Ito

$$S_t = S_0 e^{\left(u - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma B_w} \quad [67]$$

Este Movimiento Browniano, describe el comportamiento del precio del activo a medida que se desplaza en el tiempo, y le da la característica de que ΔS_t no depende de ΔS_{t-1} por lo tanto, las variaciones son independientes de las variaciones que se den en el pasado de la serie de precios.

Para generar la formula, es necesario partir de unas condiciones iniciales (Black & Scholes, 1973):

- i.** En el corto tiempo, la tasa de interés es conocida y constante a través del tiempo.
- ii.** El precio del activo, sigue una caminata aleatoria en tiempo continuo con una varianza condicionada al cuadrado del precio del activo. Así, la distribución de los posibles precios del activo al final de cualquier intervalo finito es log-normal. La varianza de los retornos del activo es constante.
- iii.** El activo no paga dividendos.
- iv.** La opción es europea, lo que significa que solo puede ser ejercida en el vencimiento.
- v.** No hay costos de transacción en la compra o venta del activo o la opción.
- vi.** Es posible pedir prestada cualquier fracción del precio para asegurarlo o mantenerlo, a una tasa de interés en el corto plazo.
- vii.** No hay penalizaciones por la venta en corto.

Definidas las condiciones anteriores y mediante argumentos de no arbitraje, se determina una ecuación diferencial parcial de segundo orden cuya solución representa el precio de la opción, en este caso una call (Black & Scholes, 1973)

$$c(S, t) = SN(d1) - Ke^{-rt}N(d2) \quad [68]$$

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T)}{\sigma\sqrt{T}} \quad [69]$$

$$d2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T)}{\sigma\sqrt{T}} \quad [70]$$

Donde,

S = valor del bien subyacente.

K = precio de ejercicio de la opción.

T = vencimiento de la opción

$N(d1)$ Y $N(d2)$ son valores que corresponden a la curva de distribución normal acumulada (área bajo la curva).

6.3. Modelo Black (1976)

El modelo Black (1976) es una extensión al modelo B&S (1973), y sirve para valorar opciones sobre commodities basado en el precio forward de los activos negociados, este es utilizado para valorar opciones sobre bonos y tiene tres supuestos fundamentales:

- i.** El cambio en el precio de los contratos forward, en cualquier intervalo de tiempo, presenta una distribución log-normal con una varianza conocida y constante en el tiempo.
- ii.** Todos los parámetros del modelo CAPM, incluidos el retorno esperado del mercado; la varianza de los retornos y la tasa de interés en el corto plazo, son constantes a través del tiempo.
- iii.** Los impuestos y los costos de transacción son cero.

Basado en los anteriores supuestos, Black muestra que el precio de una opción call es:

$$c = e^{-rT} [F_0 N(d1) - KN(d2)] \quad [71]$$

Por lo que el precio de una opción put sería:

$$p = e^{-rT} [KN(-d2) - F_0 N(-d1)] \quad [72]$$

Donde

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{K}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} \quad [73]$$

$$d2 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{K}\right) - \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} = d1 - \sigma\sqrt{T} \quad [74]$$

Y donde:

T = Vencimiento de la opción

F_0 = Precio forward del valor del bono en el tiempo $t=0$

K = Precio de ejercicio de la opción;

σ = Volatilidad de F

El precio forward sobre un bono sería entonces:

$$F_0 = (S_0 - C)e^{r(T)} \quad [75]$$

Donde:

S_0 = precio del bono en $t=0$

C = cupón que se recibirá en T expresado en pesos descontado a valor presente.

La principal diferencia en la valoración de opciones del modelo B-76 y el modelo B&S, es que para valorar estos instrumentos sobre renta fija, el primero toma el precio sucio del bono y a este le descuenta los cupones que el poseedor recibirá entre el día de celebración del contrato y la fecha de vencimiento del mismo.

6.4. Modelo de Duan

El modelo de Duan (1995) a diferencia del modelo B&S tiene en cuenta la dinámica de los precios, partiendo del supuesto de que la volatilidad no es constante en el tiempo, por esta razón, Ortíz, Sánchez & Venegas (2011) proponen una extensión del modelo propuesto por Duan (1995), para modelar cualquier cambio temporal en el proceso de la volatilidad de los precios de los activos para valorar opciones a partir de la teoría de neutralidad al riesgo.

Para ello, indican que el rendimiento esperado del activo subyacente es igual a la tasa libre de riesgo más una prima por riesgo y un termino de normalización, este termino, se distribuye con media cero y la varianza sigue un GARCH (1,1) (Ortíz Ramírez, Sánchez Daza, & Venegas Martínez, 2011).

El rendimiento del subyacente satisface:

$$R_{t+1} = \ln(S_{t+1}) - \ln(S_t) = r + \lambda\sigma_{t+1} - \frac{1}{2}\sigma_{t+1}^2 + \sigma_{t+1}Z_{t+1} \quad [76]$$

Donde:

$$Z_{t+1} \sim N(0,1);$$

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1(\sigma_t z_t - \theta \sigma_t)^2 + \beta \sigma_t^2 \quad [77]$$

De acuerdo a las anteriores ecuaciones, el valor esperado y la varianza del rendimiento del siguiente periodo son:

$$E[R_{t+1} | \mathfrak{S}_t] = r + \lambda \sigma_{t+1} \quad [78]$$

$$Var[R_{t+1} | \mathfrak{S}_t] = \sigma_{t+1}^2 \quad [79]$$

Ahora bien, siguiendo el principio de no arbitraje y el supuesto de neutralidad al riesgo, el rendimiento de los activos, satisfacen:

$$R_{t+1} = \ln(S_{t+1}) - \ln(S_t) = r - \frac{1}{2} \sigma_{t+1}^2 + \sigma_{t+1} Z_{t+1}^* \quad [80]$$

Donde

$$Z_{t+1}^* \sim N(0,1); y$$

Dado que al rendimiento ya no se le suma la prima por riesgo λ y teniendo en cuenta que esta si existe, se le puede restar a la varianza, por lo tanto, esta quedaria:

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1(\sigma_t z_t - \lambda \sigma_t - \theta \sigma_t)^2 + \beta \sigma_t^2 \quad [81]$$

De acuerdo a lo anterior, el valor esperado y la varianza serian:

$$E^* \left[\frac{S_{t+1}}{S_t} | \mathfrak{S}_t \right] = \exp(r) \quad [82]$$

$$\text{Var}[R_{t+1}|\mathfrak{S}_t] = \sigma_{t+1}^2 \quad [83]$$

Que se demuestran a continuación:

El valor esperado del rendimiento del activo subyacente satisface:

$$E^* \left[\frac{S_{t+1}}{S_t} | \mathfrak{S}_t \right] = E^* \left[\left(r - \frac{1}{2} \sigma_{t+1}^2 + \sigma_{t+1} Z_{t+1}^* \right) | \mathfrak{S}_t \right] \quad [84]$$

Teniendo en cuenta que la función generadora de momentos de la normal es: $e^{xt} = e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}$ asumiendo un $t=0$, se tiene:

$$= \exp \left(r - \frac{1}{2} \sigma_{t+1}^2 \right) E^* [\exp(\sigma_{t+1} Z_{t+1}^*) | \mathfrak{S}_t] \quad [85]$$

Con

$$Z_{t+1}^* \sim N(0,1); y$$

$$\sigma_{t+1} \sim N(0, \sigma_{t+1}^2)$$

Por lo tanto $\sigma_{t+1} Z_{t+1}^* \sim N(0, \sigma_{t+1}^2)$

De lo anterior:

$$= \exp \left(r - \frac{1}{2} \sigma_{t+1}^2 \right) \exp \left(\frac{1}{2} \sigma_{t+1}^2 \right) \quad [86]$$

Y aplicando propiedades de la función exponencial, se obtendría:

$$= \exp(r)$$

La varianza se demuestra a continuación:

$$Var[R_{t+1}|\mathfrak{F}_t] = E^*[\alpha_0 + \alpha_1(\sigma_t z_t^* - \lambda\sigma_t - \theta\sigma_t)^2 + \beta\sigma_t^2|\mathfrak{F}_t] \quad [87]$$

Despejando de 80 $\sigma_{t+1}Z_{t+1}^*$, se tiene que $R_{t+1} - r + \frac{1}{2}\sigma_{t+1}^2 = \sigma_t Z_t^*$

Por lo anterior,

$$= E^* \left[\alpha_0 + \alpha_1 \left(R_{t+1} - r + \frac{1}{2}\sigma_{t+1}^2 - \lambda\sigma_t - \theta\sigma_t \right)^2 + \beta\sigma_t^2 | \mathfrak{F}_t \right] \quad [88]$$

Dado que $R_{t+1} - r + \frac{1}{2}\sigma_{t+1}^2 = \sigma_{t+1}Z_{t+1}^*$ en 76 entonces:

$$= E^*[\alpha_0 + \alpha_1(\sigma_t Z_t^* - \theta\sigma_t)^2 + \beta\sigma_t^2|\mathfrak{F}_t] \quad [89]$$

Lo que se traduce en

$$= \sigma_{t+1}^2$$

Para la implementación del modelo GARCH para valorar opciones financieras, Ortíz, Sánchez & Venegas (2011) utilizan la simulación de montecarlo, donde aplican neutralidad al riesgo para calcular el precio de la prima que se define como:

$$c = e^{-r(T-t)} E^*[(S_{T+t} - K, 0) | \mathfrak{F}_t] \quad [90]$$

Fischer Black, Myron Scholes y Jin-Chuan Duan, son autores que al poner en contacto sus emociones, su trayectoria de vida, sus conocimientos tanto en el área financiera como matemática, física, y demás ciencias junto a la necesidad que hoy sigue vigente de proporcionar herramientas con solidez y fundamento que permitan a sus agentes tener éxito en los mercados, desarrollaron una serie de modelos para la valoración de primas de opciones financieras europeas que se diferencian entre otras cosas por la forma como asumen la volatilidad, por lo que incorporan en su fórmula una u otra representación del imaginario. Estos modelos son evidencia de que el trabajo en conjunto es necesario en la mayoría de ocasiones para darle solución a un problema de carácter financiero dado que sus variables pueden explicarse a partir de analogías con otras ciencias o disciplinas, parte de esas variables es la volatilidad cuya medición no solo es destacada para la cuantificación del riesgo; al dar consistencia a modelos que arrojan resultados que dependen de las expectativas de los agentes, las representaciones del imaginario de volatilidad corroboran a mitigar el mismo riesgo que cuantifican y es por esta razón que el ajuste de los modelos de valoración de opciones ya planteados o la realización de nuevas propuestas al respecto tiene sentido, ya sea porque es necesario adaptarlos a los mercados donde se aplican o porque la percepción de la volatilidad atañe otra forma de medirla o reescalarla en el tiempo, baste como muestra el modelo B-76 y el de Duan (1995), que modifican el B&S para activos que pagan cupones y crean una alternativa según la representación del GARCH respectivamente.

CAPÍTULO 7. APLICACIÓN DE LAS REPRESENTACIONES DEL IMAGINARIO DE VOLATILIDAD EN LA VALORACIÓN DE OPCIONES FINANCIERAS

“Si casi todas las herramientas estadísticas son obsoletas....antes de consignar siglos de trabajo....nos gustaría tener seguridad de que todo nuestro trabajo es realmente inútil”

Poul Cootner

Por tratarse de una investigación de carácter cualitativo y cuantitativo, el contenido de los capítulos anteriores incluyó un recuento histórico de los principales sucesos que permiten concebir a la volatilidad como un imaginario, destacando su importancia en los mercados financieros específicamente en el riesgo de mercado que allí se genera, motivo por el cual existen distintas aproximaciones metodológicas para representarla. En ese orden de ideas, se logró evidenciar que las negociaciones alrededor de los títulos de renta fija en Colombia, especialmente los TES emitidos por el Gobierno Nacional, por su magnitud y exposición a las pérdidas derivadas de los cambios en tasa, instauran un escenario que requiere de herramientas para la medición del riesgo de esta clase de títulos. Conforme a la volatilidad de la tasa de descuento de estos activos financieros surge la necesidad de instrumentos de cobertura que mitiguen el riesgo, siendo las opciones financieras uno de los más idóneos para tal objetivo, porque constituye un derecho mas no una obligación para quien lo posee a cambio de una prima, cuyo valor resulta de modelos financieros de tiempo continuo que consideran la volatilidad como un parámetro fundamental.

El contexto histórico que dio origen a los modelos financieros más populares dentro de los que se encuentra el de B&S (1973) permite justificar por qué en esta investigación se entiende la volatilidad como un imaginario, dicho planteamiento es consecuente con el desarrollo de diferentes metodologías que presentan aproximaciones cuantitativas de la misma; todo lo anterior se describe como un método abductivo.

Al pensar la investigación de manera abductiva es posible reunir las metodologías cualitativa y cuantitativa que dan origen a la presente investigación, ya que no se trata tan solo de presentar modificaciones a algunos modelos existentes de valoración de opciones, sino de partir del principio de que la volatilidad es un imaginario para entender de una manera más humana, la existencia y forma de evaluar la misma, en vista de que es un fenómeno inherente a los mercados al que el hombre por naturaleza, trata de aproximarse por medio de la asignación de representaciones las cuales no resultan ser completamente efectivas, puesto que la incertidumbre que caracteriza a los mercados depende en gran parte de los sentimientos de sus agentes, de tal manera que existe una influencia psicológica en los incrementos o disminuciones propios de los mercados y si ni siquiera existe una explicación científica que logre precisar las decisiones del hombre tampoco es posible hablar de un único modelo que refleje todas sus expectativas.

Como consecuencia de la necesidad del hombre por explicar en este caso, el comportamiento de las tasas del mercado de renta fija, es que la presente investigación propone una extensión al mercado de renta fija colombiano, del modelo de valoración de opciones de Duan (1995), y una modificación al imaginario de volatilidad contemplado en el modelo de Black (1976) con la representación de simulación de Montecarlo, y el uso de la volatilidad implícita calculada por medio del proceso de difusión con saltos en el modelo de Black & Scholes (1973), además de utilizar el exponente de Hurst desarrollado por Mandelbrot (1968) como alternativa de reescalación en el tiempo, para sentar las bases de futuras negociaciones. Al lograr dicho objetivo, se brindan distintas aproximaciones al imaginario de volatilidad y se ofrece una oportunidad de cobertura frente a posibles variaciones adversas caracterizadas por cambios en las tasas.

Partiendo del pensamiento positivista, que para efectos de la presente investigación se entiende como “sistema filosófico que admite únicamente el método experimental y rechaza toda noción a priori y todo concepto universal y absoluto” (Alvarado,1961) el

presente capítulo se basa en una metodología experimental, evidenciada en las pruebas que se realizan sobre los modelos de valoración de opciones al modificar el parámetro de volatilidad proveniente de diferentes representaciones que tienen origen en la ciencia, con el fin de determinar cuáles son los mejores métodos para la valoración de este tipo de instrumentos aplicados al mercado de renta fija colombiano.

Por lo expuesto, el cierre de la investigación contemplado en el presente capítulo, está enfocado a evaluar las representaciones del imaginario de volatilidad estudiadas, en los modelos de valoración expuestos, para tal efecto en primera instancia, se expone el proceso metodológico para la obtención de las medidas de volatilidad a partir de cada una de las representaciones estudiadas y el uso de las mismas para la medición del riesgo; en segunda instancia, se describe el procedimiento para la reescalación de la volatilidad en el tiempo a partir del exponente H , resultado que se combina con algunas medidas de volatilidad estudiadas para ser aplicados en la valoración de opciones. Posteriormente se detallan los datos usados en el experimento y, el respectivo análisis de sus resultados para la determinación del precio del título seleccionado al cierre del año 2013 y las medidas del riesgo, así mismo se presentan el cálculo del VaR y la valoración de opciones de acuerdo a lo establecido en el objetivo general.

7.1. Proceso Metodológico

En el presente apartado se expone como son utilizadas las representaciones del imaginario de volatilidad en la medición del riesgo de mercado de renta fija y los pasos que se tienen en cuenta para valorar opciones europeas a través de dichas representaciones asumiendo además una técnica tradicional y otra alternativa de reescalación de la volatilidad.

7.1.1. Medición de la Volatilidad

Las representaciones evaluadas son:

Volatilidad Histórica: se obtiene el valor de la volatilidad a partir de la desviación estándar de la serie de rendimientos, según la ecuación 17.

Simulación Histórica: luego de ordenar la serie de rendimientos de menor a mayor se calcula el percentil que acumula el 95% de los datos a la izquierda.

Simulación de Montecarlo: se realiza una prueba de bondad de ajuste de una distribución continua por medio del estadístico de Kolmogorov- Smirnov, a partir del cual se busca no rechazar la hipótesis nula de que la distribución teórica se ajusta a la real. Conservando los parámetros de la distribución ajustada se efectúa una simulación de 5000 posibles rendimientos, de los que se obtiene el percentil 95.

EWMA: se calcula la volatilidad incondicional sobre la serie de rendimientos, además de obtener una serie de los mismos al cuadrado con que se determina la varianza para cada periodo según la ecuación 20. Para hallar el lambda óptimo que exige la anterior ecuación se calcula aquel que haga mínimo el RMSE que se obtiene de la ecuación 22; posteriormente se toma la raíz del último dato de la serie de varianzas, la cual se asume como la volatilidad a un día.

ARCH-GARCH: se evalúa la existencia de estacionariedad en la serie de rendimientos según el estadístico Dickey Fuller, buscando rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria³³. Con la ayuda del correlograma se realiza una propuesta ARMA; los respectivos rezagos son evaluados por medio de una regresión múltiple por mínimos cuadrados basada en el estadístico t-student a partir del cual se busca rechazar la hipótesis nula de que el coeficiente del rezago no es significativo, el modelo ARMA final resulta de todos aquellos rezagos significativos, dicho modelo debe cumplir con las condiciones de estacionariedad e invertibilidad según lo propuesto en la ecuación 36. Se verifica el efecto ARCH en el modelo obtenido, mediante el rechazo de la hipótesis nula del estadístico de Lagrange multiplier³⁴ (LM), que afirma que la serie es homocedástica; una vez comprobada la heterocedasticidad se realiza una regresión por el método ARCH, se obtienen los respectivos coeficientes de los rezagos de la varianza y con los parámetros hallados se calcula el pronóstico a un día de dicha varianza.

Difusión con saltos: Basados en la direccionalidad dada a la presente investigación, sobre la importancia de las distintas formas de determinar el parámetro de volatilidad que hacen que la valoración de opciones en específico para el mercado de renta fija resulte más eficiente por la aplicación de diferentes representaciones del imaginario de volatilidad, en la investigación se hace uso de una metodología adicional a las ya trabajadas que tiene su punto de partida en el supuesto de que en el país en contexto existe un mercado estandarizado de ésta clase de derivados, que permita ajustar una volatilidad, acorde con los sentimientos del mercado reflejados en cada uno de los precios de las opciones, reconocida como volatilidad implícita.

³³ En los eventos donde no se rechaza la hipótesis nula de que el orden de diferenciación del polinomio de rezago es mayor o igual a 0 se procede a diferenciar la serie para volver a aplicar la prueba hasta que presente signos de estacionariedad.

³⁴ Propuesto por (Bollerslev, 1986) como el producto del total de datos y el coeficiente de correlación múltiple R cuadrado derivado de la regresión por mínimos cuadrados, dicho LM sigue una distribución chi-cuadrado.

Sin embargo, el sistema financiero colombiano no ha logrado dar avances significativos que hagan que las transacciones con opciones financieras pasen del mercado OTC al mercado estandarizado, en el cual sería posible obtener superficies de volatilidad que sirvan en la valoración de opciones como volatilidades implícitas, por lo que no se dispone de una base histórica o actual que dé cuenta de las cotizaciones de esta clase de activos en el territorio colombiano. Por lo anterior, ha sido necesario recurrir a las fuentes teóricas sobre el cálculo del valor de las opciones para que a partir de cada uno de sus componentes se modelen una serie de posibles escenarios en los que el mercado se desarrollaría.

Como se ha dicho, Colombia no dispone de un mercado que arroje información que dé cuenta del funcionamiento del mercado de opciones, por lo menos en lo que refiere a cobertura sobre títulos de renta fija, por tal razón, se recurre a la modelación por procesos estocásticos para simular los posibles precios de ejercicio y niveles de delta o moneyness para diferentes plazos a partir de la propia historia de los rendimientos absolutos del TES estudiado.

El proceso utilizado consiste en el modelo de difusión con saltos propuesto por Merton (1976), de modo similar a los planteamientos de León y Vivas (2010), a continuación se describen los pasos que se siguen para generar la simulación de las tasas a partir del proceso de difusión con saltos con el que se podrá realizar la superficie de volatilidad teórica para el mercado de renta fija colombiano.

Se determina el número de desviaciones estándar que sirve como límite para diferenciar entre la serie normal y los saltos, la primera se constituye por aquellos rendimientos que generan una curtosis de cero, o muy cercana al mismo. Adicionalmente, se debe no rechazar la hipótesis nula del estadístico Jarque-Bera, sobre normalidad de la serie. La segunda se conforma por los rendimientos que exceden el límite de la desviación estándar,

es decir, los saltos. Adicional a las dos series descritas, se obtiene una resultante de categorizar cada uno de los rendimientos, teniendo en cuenta la existencia de salto y su signo con los cuales se construye una distribución multinomial³⁵.

La serie de saltos se subdivide en aquellos que son positivos y negativos, a cuyos datos se les realiza una prueba de bondad de ajuste de una distribución según el estadístico de Kolmogorov-Smirnov para determinar los parámetros de dicha distribución teórica. Para el caso de la serie browniana, se estiman los parámetros según una distribución normal, por otro lado, los parámetros de la serie multinomial son las proporciones de los saltos según la clasificación asignada.

A partir de los parámetros encontrados para cada una de las distribuciones, se generaron 20.000 escenarios posibles para un total de 61 días reales de negociación, la reunión de las anteriores se realiza de la siguiente manera acorde con la ecuación 38:

$$\Delta_{it} = \Delta_{iB} + \begin{cases} \Leftrightarrow M = 1 \Rightarrow S^+ \\ \Leftrightarrow M = 0 \Rightarrow 0 \\ \Leftrightarrow M = -1 \Rightarrow S^- \end{cases}$$

Donde,

Δ_{it} = cambio en tasa en t.

Δ_{iB} = cambio según serie normal.

M = pronóstico serie multinomial.

S^+ y S^- = pronóstico serie saltos positivos y negativos respectivamente.

Para la obtención de la serie de tasas se aplica la ecuación 91.

³⁵ La serie multinomial se crea con los valores 1, 0 y -1, siendo salto positivo, sin salto y salto negativo respectivamente.

$$i_t = i_{t-1} + \Delta_{it} \quad [91]$$

La volatilidad surge del percentil al 95% de las 20.000 simulaciones por cada plazo.

Volatilidad Implícita: partiendo de las tasas simuladas por difusión con saltos, se obtienen los precios del título según la ecuación 1. Considerando el modelo de B&S, se toma un precio para cada nivel de delta (ITM, ATM y OTM) a distintos plazos y se busca una volatilidad tal que el delta teórico coincida con el delta establecido, conformando así una superficie de volatilidad en la que a cada intersección entre precio y plazo le corresponde un valor de la misma.

7.1.2. Medición y evaluación del riesgo

Teniendo en cuenta las características del mercado al que pertenece el título en contexto, la metodología para el cálculo del VaR, usando como insumo representaciones del imaginario de volatilidad, se basa en la estimación de éste a partir de los valores de duración modificada y convexidad dado que las volatilidades obtenidas son de los rendimientos de las tasas y lo que se desea reconocer son las máximas pérdidas esperadas en precio, por lo cual el VaR se estima con la ecuación 92.

$$VaR = DM * \sigma_i - \frac{1}{2} * CX * \sigma_i^2 \quad [92]$$

Donde,

σ_i = Volatilidad según el método.

Las metodologías con las que se asume normalidad para el cálculo del VaR son: volatilidad histórica, EWMA y ARCH-GARCH, en esos casos el valor de la volatilidad encontrada se ajusta según un nivel de confianza al 95%. Mientras que, las metodologías de simulación histórica, simulación de Montecarlo y difusión con saltos, cuyas distribuciones ajustadas son distintas a la normal, usan la estimación de la volatilidad directamente en la ecuación 92.

Haciendo uso de la metodología descrita, una vez transcurridos 90 días calendario de negociación en el mercado, se toman las respectivas cotizaciones en tasa del título estudiado y se procede al cálculo de los precios diarios, cuyas variaciones son comparadas mediante un backtesting frente al VaR diario derivado de cada dato nuevo que hace cambiar el valor de la volatilidad según el método utilizado.

Para la posterior evaluación se asigna el valor de 0 a aquellos datos en los que la pérdida no supera el VaR y 1 en caso contrario, de manera tal que se consiga determinar el total de datos en los que la máxima pérdida esperada supera o no supera la pérdida real, es decir, comprobar la eficiencia del VaR. Con la proporción de excesos o fallas se aplica el test de Kupiec propuesto en 1995 cuya hipótesis nula es que no hay más excesos de los esperados según el nivel de confianza y su fórmula es:

$$Kupiec = -2 \ln \left(\frac{p^x(1-p)^{m-x}}{\hat{p}^x(1-\hat{p})^{m-x}} \right) \quad [93]$$

Donde,

p = máximo de excesos esperados derivado del nivel de confianza.

m = número de evaluaciones.

x = número de excesos.

Teniendo en cuenta que el estadístico de Kupiec se distribuye como una χ_j^2 con un grado de libertad, se calcula el p-valor del dato encontrado para cada método y se usa como medida diferenciadora.

7.1.3. Reescalación de la volatilidad

A pesar de que Edwin Hurst y los planteamientos de sus principales sucesores como Mandelbrot no se preocuparon por establecer una metodología propiamente dicha sobre el cálculo de la volatilidad, su percepción sobre la misma sí era distinta a las tradicionales, por lo que plantearon una forma de concebirla en el tiempo, a través de términos como la memoria larga y corta y, persistencia y antipersistencia en una serie, con las que es posible determinar los cambios de la volatilidad en el tiempo.

La propuesta alternativa a la raíz cuadrada del tiempo, para reescalar la volatilidad, se basa en el exponente de Hurst, el cual será usado en los modelos de valoración de opciones propuestos, dicho exponente se calcula de la siguiente manera:

Para el cálculo del exponente de Hurst³⁶, se deben desarrollar los siguientes pasos “con base en Clark (2005), Peters (1994,1992 y 1989), Nawrocki (1995)... y Mandelbrot y Wallis (1969a y 1969b)” (León & Vivas, 2010):

La serie de N datos debe ser dividida en K segmentos de tamaño n.

³⁶ Autores como Menkens (2007) y Los (2005) proponen la utilización del exponente de Hurst para escalar el VaR (León & Vivas, 2010).

- i. Calcular la media aritmética de cada segmento k .

$$\mu_K = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{i,k} \quad [94]$$

$x_{i,k}$ Corresponde al retorno i del segmento k

- ii. Obtener la diferencia de cada retorno dentro del segmento con respecto a su media.

$$d_{i,k} = x_{i,k} - \mu_k \quad [95]$$

- iii. Calcular la serie de diferencias acumuladas para cada segmento

$$D_k = \sum_{i=1}^n d_{i,k} \quad [96]$$

- iv. Calcular el rango de la serie D_k

$$R_{i,k} = \max(D_{1,K}, \dots, D_{n,K}) - \min(D_{1,K}, \dots, D_{n,K}) \quad [97]$$

- v. Calcular la desviación estándar muestral para cada segmento k

$$S_k = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_{i,k} - \mu_K)^2} \quad [98]$$

- vi. Calcular el rango reescalado para cada segmento k

$$(R/S)_k = R_k/S_k \quad [99]$$

- vii. Calcular el rango reescalado promedio de los K segmentos de tamaño n

$$(R/S)_n = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (R/S)_k \quad [100]$$

- viii. Los pasos anteriores, del 1 al 7, deben repetirse para diferentes valores de K y por lo tanto distintos tamaños de n .
- ix. Finalmente, luego de tener los diferentes promedios de los rangos reescalados, se corre la regresión de mínimos cuadrados propuesta en la ecuación 56.

El algoritmo informático efectuado para la realización de los pasos anteriores, se puede evidenciar en el anexo 4.

Para la obtención del H esperado, según la sexta alternativa de hipótesis nula de independencia para comprobar si existe evidencia de dependencia de largo plazo significativa se crea un algoritmo en matlab³⁷ que baraja la serie original 1000 veces antes de cada simulación, este se encuentra en el anexo 5.

Para la validación del exponente de Hurst a través del estadístico Vq cuya hipótesis nula es la independencia del largo plazo en los rendimientos, es necesaria la obtención del rezago óptimo (q_{opt}), el cual se calcula según la ecuación 61. Posteriormente, se estima la autocovarianza hasta el rezago q , a la cual se le agrega al valor de la varianza, el resultado se aplica en la ecuación 59 y el resultado de está en la ecuación 58.

³⁷ La generación de números aleatorios en las computadoras se realizan a partir de una semilla lo que lleva a que no sean aleatorios sino pseudo-aleatorios, es decir estadísticamente independientes, pero luego de muchas simulaciones como afirman León y Vivas citando a Peters (1994) pueden empezar a repetirse, por lo tanto, con el fin de que las simulaciones no se repitan, la serie original se baraja 1000 veces antes de cada simulación manteniendo las características (media, desviación, sesgo y curtosis) de la serie constantes.

7.1.4. Valoración de opciones

Partiendo de los modelos de valoración de opciones europeas propuestos en la teoría, se realizan las extensiones necesarias para la valoración de este instrumento con el título de renta fija como subyacente de la siguiente manera.

- a.** Se calcula el valor de las opciones europeas, con el modelo propuesto por B&S y su extensión B-76, de la siguiente manera:
 - i.** Al modelo B-76 se le modifica el parámetro de volatilidad, con las estimaciones de: desviación estándar y simulación de Montecarlo, mientras que en el B&S se usa la volatilidad implícita. En el primer caso, es necesario convertir la volatilidad de tasa a volatilidad de precio mediante la duración y convexidad del título según la ecuación 50. Por otro lado, el ajuste con volatilidad implícita no requiere de lo anterior debido a que ésta se encuentra en términos del precio.
 - ii.** Alternativamente, se valoran las opciones modificándole el parámetro de independencia, por el de dependencia al largo plazo, es decir, cambiando la raíz cuadrada del tiempo, por la raíz H (Hurst) del tiempo.

- b.** Para la implementación del modelo de Duan (1995) para valorar opciones financieras, utilizando 80 como el rendimiento, 81 como la varianza y 90 como la prima de la opción, se procede de la siguiente manera (Ortíz Ramírez, Sánchez Daza, & Venegas Martínez, 2011):

- i. Ajustar un GARCH para la volatilidad de los rendimientos³⁸.
- ii. Generar muestras del GARCH elegido,
- iii. Con las muestras, generar rendimientos del subyacente (que en el caso de los bonos sería los rendimientos de la tasa de mercado también conocida como la tasa de descuento) en un mundo neutral al riesgo,
- iv. Repetir 2 y 3 N veces, N es el número de trayectorias³⁹ de los rendimientos simulados
- v. Estimar la tasa a la que se encontrará en T con $rm_{i,t+T}^* = rm_t * \exp(\sum_{j=1}^T \hat{R}_{i,t,j}^*)$, $i = 1, 2, \dots, N$
Donde $rm_{i,t+T}^*$ es la tasa de mercado en la trayectoria i .
- vi. Con la serie de tasas estimadas, se procede a calcular el precio de mercado del título con $\hat{S}_{i,t+T}^* = \sum_{t=1}^T \frac{Cupón_t}{(1+rm_{i,t+T}^*)^t}$
- vii. Calcular el promedio de los pagos futuros simulados descontados a valor presente $c = e^{-rt} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \max(\hat{S}_{i,t+T}^* - K, 0)$

Todas las valoraciones se hacen con vencimientos en 30, 60 y 90 días, a diferentes precios de ejercicio ITM, ATM Y OTM.

Con el fin de evaluar la efectividad de las propuestas para la valoración de opciones y determinar cuál de ellas es la más apropiada para el mercado en contexto, se realiza una comparación entre las diferentes metodologías utilizadas por medio de un backtesting para cada una de ellas, a cada plazo al vencimiento (30, 60 y 90 días) y cada tipo de opción (call y put) de la siguiente manera:

³⁸ En el primer periodo todas las trayectorias simuladas comienzan con la misma varianza.

$$\sigma_{t+1}^2 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z_{1+1}^* \rightarrow \hat{R}_{1,t+1}^* \rightarrow \sigma_{1,t+2}^2 \dots Z_{1+T}^* \rightarrow \hat{R}_{1,t+T}^* \\ \dots \\ Z_{N+1}^* \rightarrow \hat{R}_{N,t+1}^* \rightarrow \sigma_{N,t+2}^2 \dots Z_{N+T}^* \rightarrow \hat{R}_{N,t+T}^* \end{array} \right\}$$

³⁹ Cada trayectoria es la simulación de cada día hasta el vencimiento.

- i. Se estima el PayOff con la ecuación 101 o 102 si es call o put respectivamente

$$PayOff = S_T - (K + ce^{rt}) \quad [101]$$

$$PayOff = (K - pe^{rt}) - S_T \quad [102]$$

Donde:

S_T = Precio Spot el día de vencimiento

K = Precio de ejercicio

c = Precio de las opciones call

p = Precio de las opciones put

- ii. Se calcula un RMSE con la ecuación 103 y un promedio de la serie de PayOffs

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum PayOff^2} \quad [103]$$

Aquella(s) metodología(s) cuyo RMSE sea(n) más pequeño(s) es(son) la(s) mejor(es) en la estimación del precio de las opciones, dado que es una medida de error que expresa el diferencial entre lo observado y las estimaciones. Además del RMSE, se propone una proporción general y una por moneyness, esta consiste en obtener el payoff de todas las metodologías a un mismo plazo y por cada precio de ejercicio. Se toma el modelo del menor valor y se saca la participación que esta metodología tuvo en el total de datos, obteniendo de esta manera el mejor en proporción, adicionalmente se saca el rango de

precios entre los que la metodología aplica para poder determinar si la escogida como la mejor aplica sobre precios realistas.

De manera adicional, se plantea una comparación gráfica entre el(los) mejor(es) método(s) y la metodología estándar que asume movimiento browniano, para poder determinar cuál subvalúa o sobrevalora las diferentes opciones, sobre esto, se presenta el siguiente indicador de desviación sistémica.

$$IDS = \frac{VO_{MP} - VO_{DB}}{VO_{DB}} \quad [104]$$

Donde:

VO_{MP} = Valor de la opción por la metodología propuesta

VO_{DB} = Valor de la opción por Desviación-Brown

7.2. Análisis Descriptivo de Datos

Dada la intención de enfocar los estudios hacia el mercado de renta fija y, teniendo en cuenta que la serie de rendimientos en tasa del TES con vencimiento en Julio de 2024 fue escogida para la valoración de opciones europeas sobre el respectivo bono por las condiciones de liquidez que presenta, a continuación se describen las principales características asociadas al mismo.

El título es de clase A y es reconocido en el mercado con el nemotécnico *TIFT16240724*, fue emitido en COP por el Gobierno de la Republica de Colombia el 24 de julio de 2008 con tasa cupón del 10% anual vencida. Se cuenta con información histórica obtenida del sitio web de la BVC desde el 20 de marzo de 2009; para la respectiva valoración de las opciones se tomaron el total de datos con cierre al 31 de diciembre de 2013, mientras que para el backtesting fue necesario el uso de las tasas hasta el 31 de marzo de 2014.

Los movimientos en tasa de mercado del título en contexto, contemplados en el gráfico 14 el cual contiene datos entre la salida al mercado secundario y el cierre de 2013, dan cuenta de que desde la fecha de emisión, su comportamiento ha sido coherente al apetito y psicología de trading de los inversionistas además de los diferentes hechos a nivel macroeconómico. Con el paso del tiempo la respectiva tasa de descuento ha presentado una tendencia bajista, así mismo, existen periodos notables dentro de la ilustración que reflejan el impacto de distintas medidas y sucesos como las políticas de la FED, entre otras que han determinado la volatilidad de esta clase de bonos.

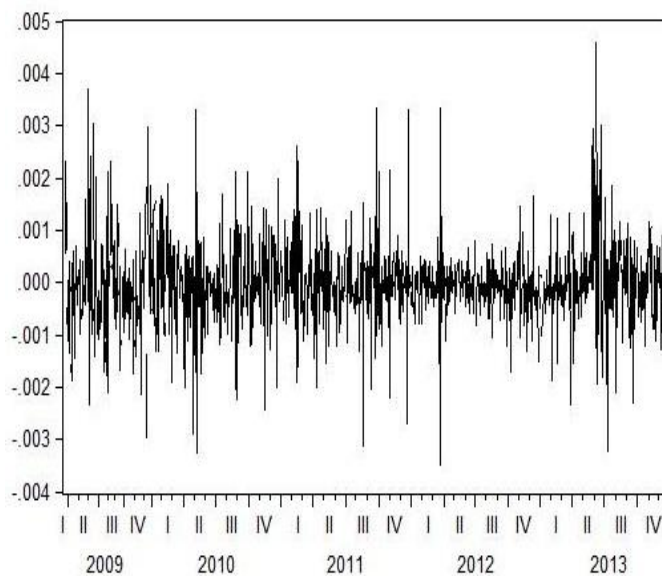
Gráfico 14. Movimiento de Tasa de Mercado



Fuente: Elaboración propia

Al verificar la serie de tasas, existe evidencia de no estacionariedad, dichos resultados se comprueban a través del correlograma del anexo 6 y la prueba de raíz unitaria, la cual usa el estadístico de Dickey Fuller cuya hipótesis nula es que la serie posee una raíz unitaria. Según los resultados del anexo 6, el valor p supera los niveles de significancia del 5, 10 y 15%, por lo que no se rechaza la hipótesis descrita. Por lo anterior, se comprueba que para la serie estudiada es necesario un análisis a partir de los rendimientos, cuyas variaciones de forma absoluta se convertirán en la base para la determinación de la volatilidad como medida de riesgo; como lo indica el gráfico 15, dicha serie se ajusta a los criterios de estacionariedad

Gráfico 15. Rendimientos Diarios

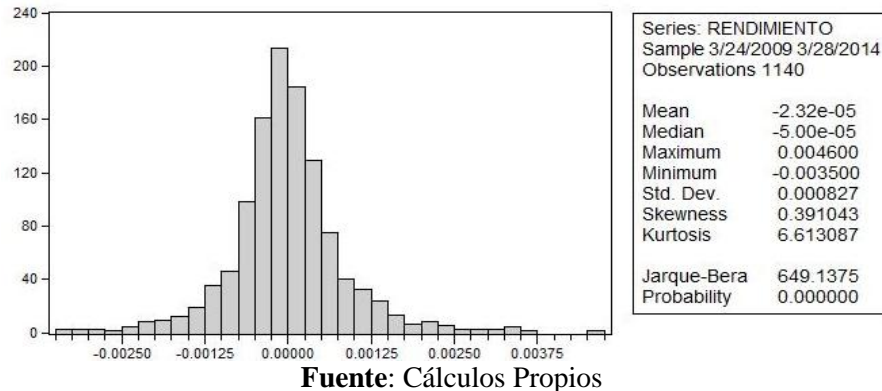


Fuente: Cálculos Propios

Según el histograma de los retornos diarios presentado en la tabla 11, por tratarse de la tasa del título en contexto, la serie posee una acumulación de datos significativa a los extremos de la media, lo que da cuenta de mayor cantidad de datos en las colas o extremos que alrededor de la media, en ese orden de ideas, el valor de la curtosis (6.6) supera el

coeficiente determinado de 3, por lo que es posible afirmar que los rendimientos siguen una distribución leptocurtica, además de una leve asimétrica positiva.

Tabla 11. Histograma Rendimientos Diarios



7.2.1. Tasa libre de riesgo

Además de intentar cuantificar la volatilidad a partir de la serie de rendimientos absolutos, otra de las variables necesarias en la valoración de opciones por las metodologías estudiadas es la tasa libre de riesgo que sirve como factor de descuento de los flujos futuros desde el vencimiento de la opción. Las técnicas más comunes están asociadas con el concepto de que la tasa libre de riesgo es aquella que pagan los gobiernos y estados reconocidos como órganos sólidos “El concepto tradicional para definir los activos libres de riesgo propone que la deuda pública es el de menor peligro, porque considera que los gobiernos son emisores que tienen una probabilidad de incumplimiento mínima” (Asobancaria, 2013) sin embargo, como lo demuestra el mismo informe, “la coyuntura reciente ha mostrado que esos activos ya no tienen esas características, debido al mayor riesgo de default o a la alta volatilidad que alcanzan en ciertas coyunturas” (Asobancaria, 2013), a partir de lo cual se puede afirmar que a pesar de que un título de deuda pública brinda cierta confianza en cuanto al riesgo de crédito, gracias a la capacidad de recibir los recursos de parte de la contraparte, su tenencia implica una serie de riesgos de mercado que están relacionados con la volatilidad en tasa principalmente.

En ese orden de ideas, por tratarse del mismo objeto de estudio, no es posible para la presente investigación usar como tasa libre de riesgo aquella derivada del TES mas liquido del mercado, adicionalmente, como se ha visto existen muchas críticas alrededor del uso de la misma ya que no implica el mínimo riesgo por lo menos en cuanto a mercado se refiere. Lo anterior llevó a que en todos los cálculos relacionados con la valoración de opciones se tuvieran en cuenta los promedios ponderados de las tasas de interés que las entidades financieras del país reconocen a sus depositantes por su inversión a 30, 60 y 90 días equivalentes a los plazos de vencimiento de las opciones valoradas, dicha información fue obtenida del sitio web del Banco de la República del consolidado de tasas del sistema financiero a 30 de diciembre de 2013.

7.3. Análisis de Resultados

7.3.1. Aproximación al Riesgo de Mercado por Medio del Cálculo del VaR

Teniendo en cuenta la importancia de la volatilidad como imaginario generador de riesgo, a continuación se utilizan las metodologías descritas en el marco teórico para la medición de la misma, que hacen que sea percibida de distintas maneras y a la vez arrojen varias posibilidades de pérdida cuantificable observada en el VaR, para este caso, del TES en contexto.

7.3.1.1. Duración y Convexidad

Dadas las características del título estudiado, se reconoce que la tasa de mercado que sirve como descuento de los flujos futuros del bono, es el factor determinante del precio diario del mismo, por lo que, a continuación, se usa el producto de la volatilidad en tasa y la

sensibilidad del precio ante cambios en la tasa evidenciada en la duración y convexidad como componentes del cálculo del VAR, adjuntos al nivel de confianza y la forma de reescalar la respectiva varianza en el tiempo.

El TES con vencimiento en Julio del 2024, cuya tasa cupón es del 10% presentó al cierre del 30 de diciembre de 2013, una tasa de mercado equivalente al 6.805%, por lo que el valor de mercado en base 100 por el método de local valuation fue de 127.76 (ver anexo 7). Con la información del título, la duración es de 7.12, la duración modificada es de 6.67 y la convexidad es de 33.41. Lo anterior significa que será necesario un tiempo de 7.12 años para recuperar la inversión inicial, es decir, 127.76 pesos por cada 100; adicionalmente, si la tasa varía en un punto básico, ya sea positiva o negativamente, el cambio en el precio será del 0.06669% o -0.06669% respectivamente, sin embargo, como ya se ha explicado anteriormente, por su efecto de reajuste de 0,0000167% la convexidad hace que el título sea menos riesgoso en 0.002 puntos básicos.

Tabla 12. Relación tasa Vs Rendimiento

	TASA	VALOR DE MERCADO	RENDIMIENTO
→	6,805%	127,7622213	
↓	6,795%	127,8474614	↑ 0,066718%
↑	6,815%	127,6770612	↓ -0,066655%

Fuente: Cálculos propios

La tabla 12 evidencia mejor lo que representan la duración modificada y la convexidad: en el estado inicial, con una tasa del 6.805% el precio sería de 127.722, pero si la tasa varía en un punto básico hacia arriba o hacia abajo, el rendimiento varía en aproximadamente 0,067% en ambos casos, lo que da cuenta del efecto de la duración modificada, aunque si se observa desde el cuarto decimal en adelante, cuando la tasa sube el precio va a caer en una proporción menor que lo que sube cuando la tasa cae, situación que demuestra el efecto que tiene la convexidad en el título.

Las estimaciones que se expresan a continuación, evidencian distintas medidas de la volatilidad que reemplazaran a cada variación por punto básico descrito en el presente apartado, determinando así, distintas proporciones para el riesgo por duración.

7.3.1.2. Volatilidad Histórica

A través del cálculo matemático de la desviación estándar se obtiene una volatilidad del 0,083% de un total de 1140 datos, dicho valor es la distancia promedio entre cada dato y el promedio de los cambios de las tasas del TES, con ese valor la máxima pérdida esperada a un día por la metodología Delta Normal de - 0.909784% a un nivel de confianza del 95%.

7.3.1.3. Simulación Histórica

Por la naturaleza de los bonos, las desvalorizaciones de estos se presentan toda vez que las tasas alcanzan porcentajes elevados, teniendo en cuenta esto, por simulación histórica la volatilidad del título corresponde a -0.134050%, valor significativamente superior al visto anteriormente y esto se debe a que la simulación histórica asume que cualquier escenario pasado puede repetirse en el futuro. Dicho valor proporciona una máxima pérdida esperada diaria del - 0.896934%. teniendo en cuenta el riesgo por duración y convexidad.

7.3.1.4. EWMA

Para la serie de rendimientos de las tasas de la referencia en contexto, la volatilidad diaria es de 0,05695%, con una historia de 1140 datos y un lambda óptimo de 0.931545 por la metodología EWMA, resultado inferior al compararlo con la desviación estándar, esto se debe a que el lambda, el cual es relativamente pequeño, le asigna un mayor peso a los datos

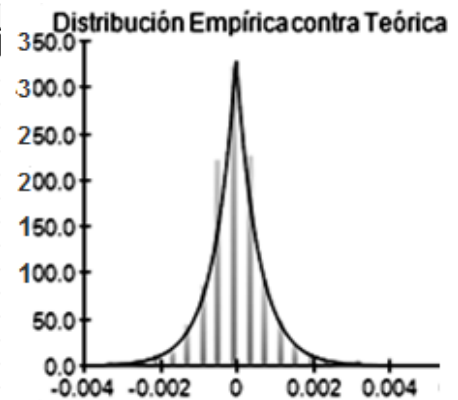
recientes que a los antiguos. Sin alterar las demás condiciones relacionadas en los anteriores métodos para el cálculo de la máxima pérdida esperada, respecto del nivel de confianza, la reescalación del tiempo y la duración modificada del TES se obtiene una máxima pérdida esperada del -0.626178%.

7.3.1.5. Simulación de Montecarlo

En la tabla 13, se da muestra de los resultados de la prueba de bondad de ajuste a través del estadístico de Kolmogorov-Smirnov, el cual determina las diferencias entre la serie estudiada y cada una de las descritas en la tabla, encontrando que aquella que evidencia mayor cercanía dados una serie de parámetros es la distribución Laplace, cuyo p-valor equivalente al 38.16%, supera significativamente a los demás lo que permite no rechazar la hipótesis nula de que se distribuye según la distribución teórica ajustada.

Tabla 13. Prueba de bondad de Ajuste

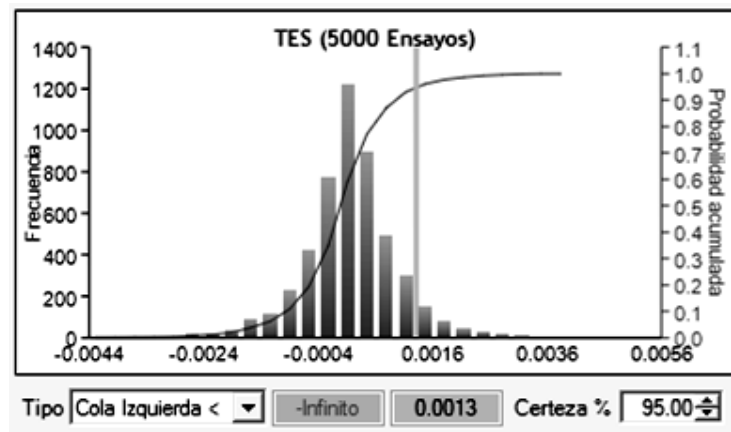
Distribución	Estudio Estadístico	Valor-P	Rango
Laplace	0.03	38.16 %	1
Normal	0.04	4.81 %	2
Logística	0.04	4.63 %	3
Gumbel Máxima	0.06	0.02 %	4
Gumbel Mínimo	0.07	0.00 %	5
Exponential Desplazada	0.11	0.00 %	6
Parabólico	0.11	0.00 %	7
Doble Logaritmo	0.15	0.00 %	8
Triangular	0.22	0.00 %	9
Coseno	0.26	0.00 %	10
Uniforme	0.31	0.00 %	11
Arcoseno	0.36	0.00 %	12
T	0.50	0.00 %	13
Logarítmica Normal	N/A	N/A	14
Weibull Desplazada	1.00	0.00 %	15
Erlang	1.00	0.00 %	16



Fuente: Cálculos de los autores.

Según el gráfico 16 con un 95% de confianza, basados en la simulación, el máximo incremento que se puede esperar para un día es de 0.13%, cifra que arroja un VaR de -0.86974733% incorporado el efecto del riesgo por duración. El valor es significativamente superior al de desviación estándar y EWMA; esto se debe a que la simulación se realiza sobre toda la historia, la cual muestra variaciones cercanas a dicho tamaño.

Gráfico 16. VaR Simulación de Montecarlo

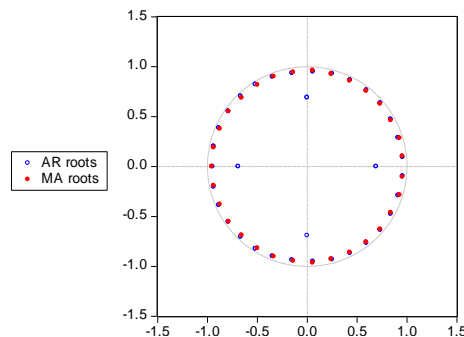


Fuente: Cálculos de los autores.

7.3.1.6. ARCH-GARCH

Al plantear un modelo ARMA teniendo en cuenta el número de rezagos tanto de los rendimientos de la serie original como de sus correspondientes residuos, determinados a través del correlograma, por medio de una regresión por mínimos cuadrados se encuentra que existe dependencia en la variable de los rezagos número 5, 6, 9, 31 y 35 de si misma y de los rezagos número 1, 11 y 31 del error. El modelo encontrado debe cumplir con las condiciones de estacionariedad e invertibilidad del modelo propuesto, por lo que, según el gráfico 17 es posible afirmar que la serie estudiada es estacionaria e invertible dado que el inverso de las raíces del polinomio asociado al AR y el MA, están dentro del círculo unitario.

Gráfico 17. Círculo de raíces inversas polinomios asociados



Fuente: Cálculos Propios

Según los resultados del correlograma de los residuos al cuadrado evidenciado en el anexo 8, éste indica que hay efecto ARCH, dado que estos no son ruido blanco, es posible estimar un modelo ARCH-GARCH. Adicionalmente, al proceder con la aplicación de la respectiva prueba sobre el efecto ARCH que presenta el modelo, la tabla del mismo anexo revela un p valor derivado del estadístico LM, menor al nivel de significancia del 5%, el cual permite rechazar la hipótesis nula de homocedasticidad y comprueba que el comportamiento de la serie efectivamente responde a una varianza condicional.

Teniendo en cuenta lo anterior, en la tabla 14 se muestran los resultados de la regresión realizada al modelo ARMA, por la metodología ARCH, cuyos valores determinan que además de la dependencia que la serie de rendimientos demuestra con respecto a sí misma y sus errores, su respectiva varianza también es variable en función de un único rezago de sí misma y su respectivo error, modelo reconocido matemáticamente como GARCH (1,1) por depender únicamente de un rezago de la varianza y el error.

Como es evidente en la tabla 14, todos los rezagos contemplados en el modelo ARMA son significativos al 15% de confianza, esto debido a que al usar la regresión por la metodología ARCH, la dependencia de los rezagos toma otro nivel de importancia pero no se discriminan del modelo.

Por lo anterior, además de los rezagos de sí misma y su error, la serie de los rendimientos del título de renta fija estudiado, según lo planteado por los modelos GARCH, arroja dependencia de las variaciones de su respectiva varianza, la cual a su vez responde a su historia de un periodo atrás según el siguiente modelo:

$$\sigma_t^2 = 6,9263E - 08 + 0,1678465E_{t-1}^2 + 0,7318464\sigma_{t-1}^2$$

Tabla 14. Modelo GARCH

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(5)	0.075210	0.028912	2.601328	0.0093
AR(6)	0.043314	0.029936	1.446892	0.1479
AR(9)	0.058063	0.026832	2.163969	0.0305
AR(31)	-0.283367	0.088216	-3.212201	0.0013
AR(35)	0.052196	0.023958	2.178628	0.0294
MA(1)	-0.115525	0.034060	-3.391828	0.0007
MA(11)	0.070476	0.028635	2.461205	0.0138
MA(31)	0.247851	0.094550	2.621387	0.0088
Variance Equation				
C	6.93E-08	1.13E-08	6.109656	0.0000
RESID(-1) ²	0.167847	0.024131	6.955676	0.0000
GARCH(-1)	0.731846	0.033943	21.56124	0.0000

Fuente: Cálculos Propios

Así mismo, para identificar la máxima pérdida esperada a partir de la presente metodología de estimación de la volatilidad, se hace uso del pronóstico de la varianza a un día equivalente a 0.0000466%.

Por lo tanto, con una volatilidad a un día derivada de la raíz de la varianza, 0,0682% obtenida por medio del modelo GARCH, planteado y bajo las mismas condiciones respecto del nivel de confianza y la reescalación del tiempo, el VaR bajo la metodología ARCH-GARCH es de -0.750893%.

7.3.1.7. Proceso de simulación por difusión con saltos

El valor para el cual la curtosis es más cercana a cero además de presentar un estadístico Jarque-Bera que se ubica en una región de no rechazo de la hipótesis nula de normalidad, es de 1.73 desviaciones, como se muestra en la tabla 15.

Tabla 15. Cálculo N° de desviaciones serie con saltos

N° DESVIACIONES	1	1.48	1.7	1.72
SIMETRIA	0.11215635	0.05979092	0.10028605	0.10028605
CURTOSIS	-0.72568364	-0.24141747	-0.03252872	-0.03252872
JARQUE- BERA	158.806069	20.1634532	2.12022249	212.02%
P VALUE	2.06E-36	7.11E-06	0.14536548	0.14536543
N° SALTOS	246	133	95	95
N° DESVIACIONES	1.73	1.76	2	3
SIMETRIA	0.11506939	0.11405166	0.15241008	0.09661025
CURTOSIS	0.00649703	0.01814667	0.18431338	1.28161842
JARQUE- BERA	2.334164	2.39845	16.2893399	615.50842
P VALUE	0.12656297	0.12145554	5.44E-05	7.09E-136
N° SALTOS	89	87	68	19

Fuente: Cálculos Propios

A partir de los anteriores resultados, se procede al hallazgo de los parámetros que se ajustan tanto a la serie que se considera normal como a los saltos, esta última es dividida en saltos positivos y negativos, dicho fraccionamiento permite ajustar una distribución multinomial basada en la proporción de datos en los que se presentan saltos, positivos, negativos o ninguno de ellos, correspondientes a 4.56% , 3.77% y 91.67% respectivamente, las cuales son usadas para definir la distribución multinomial descrita que den cuenta de la aparición de cualquiera de los casos.

La tabla 16, muestra los parámetros de las distribuciones usadas para modelar los posibles precios de ejercicio sobre las opciones de renta fija:

Tabla 16. Parámetros series usadas para modelación de K

Serie	SIN SALTOS	Serie	SALTOS -
Mu	-5.20E-05	Alfa	1.47008
Sigma	5.40E-04	Beta	0.00044
Distribución Ajustada	Normal	Distribución Ajustada	Gamma
p-value	0.592957	p-value	0.995504
Serie	SALTOS +	Serie	OCURRENCIA
Lambda	1226.21	Lambda (1)	4.56%
		Lambda (-1)	3.77%
		Lambda (0)	91.67%
Distribución Ajustada	Exponencial	Distribución Ajustada	Multinomial
p-value	0.996142	p-value	0.9944

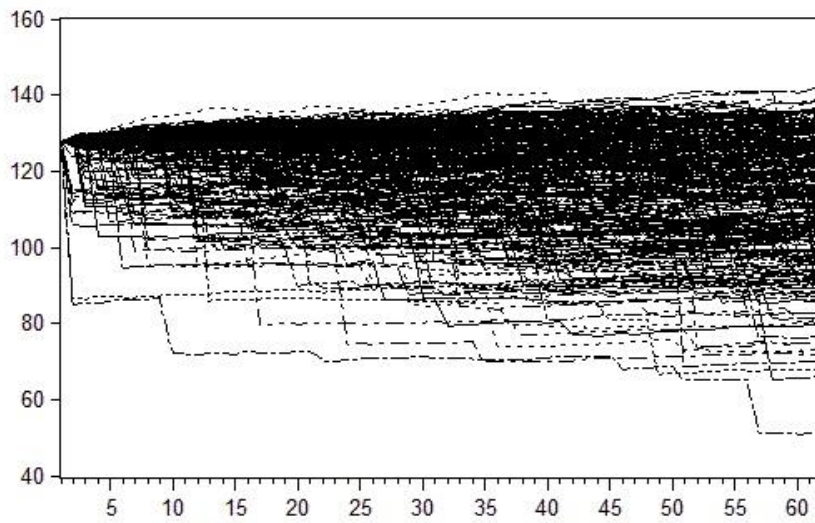
Fuente: Cálculos Propios

Una vez obtenidos los anteriores parámetros se realizan 20.000 simulaciones, donde cada una describe las posibles trayectorias de la tasa de mercado del título en contexto desde el último día de cotización del año 2013, las trayectorias simuladas cumplen el papel de posibles tasas de mercado a un plazo máximo de 90 días calendario acorde con los planteamientos acerca de los vencimientos de las opciones financieras.

Con las tasas de descuento simuladas, se obtienen los precios del TES para un plazo máximo de 90 días calendario, es decir, hasta el 31 de marzo de 2014, el equivalente a 61 días de negociación, dichas simulaciones se muestran en el gráfico 18⁴⁰. Los precios simulados corresponden a las cotizaciones en las que se puede ubicar el título, por lo que se convierten en la base para la elección de los precios de ejercicio K con los que serán valoradas las opciones, según las posiciones en estos activos.

⁴⁰ Debido al elevado número de datos que se obtuvieron al generar las 20.000 simulaciones, el gráfico solamente muestra el 10% de las trayectorias.

Gráfico 18. Simulación posibles trayectorias de cotización



Fuente: Cálculos Propios

Tal y como se evidencia en el anterior gráfico, existe una mayor cantidad de trayectorias posibles que den cuenta de un descenso en la tasa, porque existe una mayor concentración de trayectorias ascendentes del precio.

Previo a la estimación de la volatilidad implícita y el uso de la misma para la valoración de opciones, es preciso mencionar que las simulaciones de las variaciones en tasa constituyen una forma de estimar la máxima pérdida esperada como medida del riesgo complementaria a las trabajadas, para tal efecto, se obtiene el percentil al 95% de los pronósticos en tasa del primer día con el fin de determinar alrededor de que valor se ubicarían las alzas que significarían pérdidas, dicho valor equivale a 6,924%, es decir, 12 puntos básicos por encima de la tasa de cierre del 2013, el dato se modela según las condiciones de riesgo por duración del título y se obtiene una máxima pérdida esperada de -0,791203% que se adiciona a las ya calculadas.

7.3.1.8. Evaluación de Alternativas de medición del VaR

Con el fin de evidenciar la efectividad de las metodologías usadas para calcular la máxima pérdida esperada, haciendo uso de los datos diarios posteriores al cierre del año 2013 se efectúa un backtesting a 90 días calendario en el que se consideran los valores del RMSE, y el test de Kupiec ajustado bajo los supuestos de Christoffersen, debido a que no se evalúa un VaR estático sino dinámico en función de cada dato nuevo de la volatilidad que va arrojando la historia. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 17.

Tabla 17. Resultados Backtesting VaR

Representación Descripción	Delta Nomal	Simulación Histórica	Simulación de Montecarlo	EWMA	GARCH	Jump Diffusion
VAR EN PRECIO	-0.9098%	-0.897%	-0.870%	-0.6262%	-0.751%	-0.7912%
RMSE	1.0504%	1.029%	1.021%	0.7854%	0.684%	30.100%
% EXCESOS	0.00%	0.00%	0.00%	5.00%	10.00%	0.000%
KUPIEC *	0.00	0.00	0.00	0.00	2.478506	0.00
P-VALOR	0.00	0.00	0.00	0.00	0.115412	0.00

Fuente: Cálculos Propios

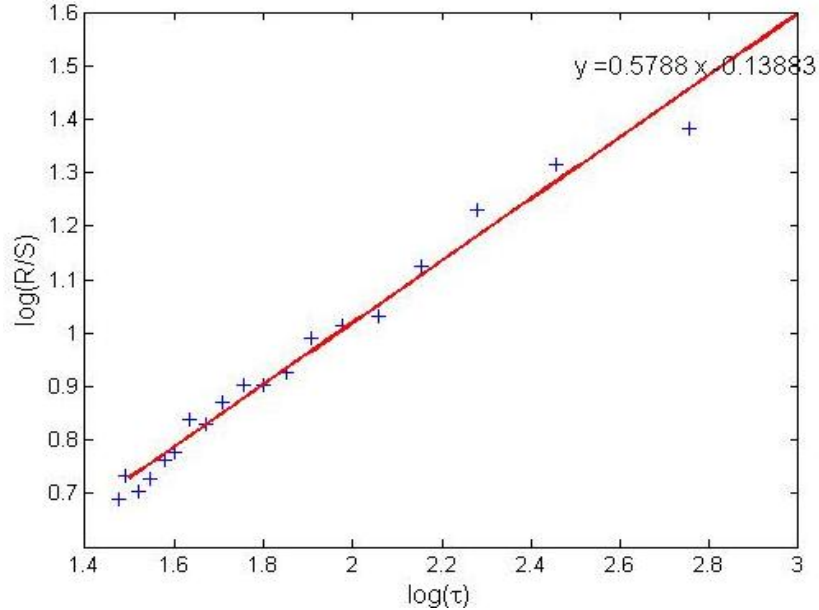
Los datos demuestran que la mayoría de las representaciones de la volatilidad bajo sus distintos supuestos sobrevaloran las pérdidas con excepción de los modelos de EWMA y GARCH, debido a que la proporción de excesos que presentan son estadísticamente cercanos al 5% esperado al aplicar el estadístico de Kupiec, por lo que los resultados son adecuados. Por otro lado, el proceso de difusión por saltos, se encarga de generar escenarios extremos que no tiene en cuenta el VaR.

7.3.2. Cálculo del exponente de Hurst

A continuación se ejecuta la estimación del exponente Hurst, a partir de la serie de rendimientos estudiada, que sirve como medida de reescalación en el tiempo de la volatilidad.

En el gráfico 19 se observa que el intercepto producto de la regresión es de 0.5788 lo que indicaría que la serie es persistente, es decir que estaría presentando memoria de largo plazo, por lo tanto, la historia explicaría las variaciones actuales además de que variaciones positivas (negativas) serían seguidas con mayor probabilidad por variaciones positivas (negativas).

Gráfico 19. Estimación del exponente de Hurst a través de mínimos cuadrados



Fuente: Cálculos propios

Hasta el momento el exponente resultado de la regresión sobre la serie de tasas del TES con vencimiento a Julio de 2024, muestra cierto grado de persistencia ($0.5 < H \leq 1$) lo que estaría indicando que la interpretación que le dan los inversionistas al mercado no se estaría reflejando inmediatamente en el precio, contradiciendo completamente la Hipótesis de Mercados Eficientes (Peters (1996 y 1989) citado por León y Vivas, 2010, p. 16).

El H de 0.5788 es evidentemente mayor a un H independiente de 0.5, sin embargo, es necesario probar que tan significativa es la distancia que separa a un H independiente de uno que aparentemente es dependiente de la historia y que no sólo influencia el futuro cercano sino el lejano, para esto, se aplican las hipótesis nulas de independencia propuestas, con los H esperados de la tabla 18.

Los valores esperados del exponente de Hurst se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 18. Resumen H esperados

N°	H esperado	σ	(1- α)=95%	
			Lim. Inferior	Lim. Superior
1	0,5000	0,0022	0,4956	0,5044
2	0,5232	0,0073	0,5089	0,5375
3	0,5279	0,0073	0,5136	0,5422
4	0,5828	0,0063	0,5707	0,5951
5	0,5653	0,0339	0,4989	0,6317
6	0,5489	0,0008	0,4456	0,6492

Fuente del N° 1 al 5 tomado del documento León y Vivas(2010), tabla 5 Valores esperados de H y nivel de confianza, el N°6 fuente los autores

Utilizando el estadístico Z_i , los resultados de la significancia del H estimado por cada hipótesis propuesta, se muestran en la tabla 19.

Tabla 19. Resultados del estadístico por cada hipótesis

N° Hipotesis	Zi
1	35,818***
2	7,616***
3	6,973***
4	-0,635
5	0,398
6	36,172***

*** Significativo al 1%

Fuente: cálculos de los autores

En el caso 1, límite asintótico $H = 0.5$, es posible rechazar la hipótesis nula de independencia de largo plazo con un 99% de confianza; al igual que en el caso 2, cuasi-asintótico de series aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas como una normal; también el caso 3, cuasi-asintótico para series aleatorias e independientes [H_{iid}] que presentan exceso de sesgo y curtosis y; en el caso 6, correspondiente a la simulación de 5000 versiones independientes de la serie original. Mientras que en los casos 4 (series finitas) y 5 ($(H_{iid}N \sim (0.1))$ extensión equivalente a la cantidad de datos de la serie utilizada) no es posible rechazar la hipótesis, dado que el H estimado de la serie no difiere significativamente de los H esperados por estos casos. Por lo anterior, los resultados no pueden tener una conclusión totalmente significativa.

7.3.2.1. Estadístico Vq

A continuación se consideran los planteamientos de Lo (1991) citado por León y Vivas (2010, p. 12), acerca de la veracidad de los resultados del coeficiente Hurst, teniendo en cuenta que el valor arrojado puede ser consecuencia de la relación que la serie tiene con sus

eventos más recientes, es decir, obedecer más a patrones del corto plazo que distorsionan el verdadero efecto del largo plazo. Para ello, Lo (1991), establece el estadístico V_q con el cual pretende verificar si existe o no dependencia significativa del corto plazo en la serie, por lo que se basa en el uso de la varianza y la auto covarianza para definir el número de rezagos a partir del cual la serie tiene menos incidencia de sus antecedentes más próximos para luego incluirse en el respectivo V_q .

Dadas las sugerencias de Lo(1991), se ejecutan los cálculos matemáticos necesarios para la obtención del número de rezagos hasta los que el corto plazo es significativo en la serie de rendimientos estudiada, definido como q , se parte de un coeficiente de auto correlación de aproximadamente 9% que arroja un entero de 4 para el número de rezagos q , el cual se incluye para hallar el valor del estadístico V_q . La información discriminada se presenta en la tabla 20.

Tabla 20. Cálculo rezagos q

Coefficiente de Autocorrelación	-0.09050918
N	1140
q_{opt}	3.84764816

Fuente: Cálculos de los autores

Una vez obtenido el valor de q , se calcula la autocovarianza hasta dicho rezago dando mayor importancia a lo más reciente, como lo muestra la tabla 20. Luego a la varianza se le agrega dicha autocovarianza parcial y se observa la proporción del rango reescalado con respecto a dicha suma, cuyo coeficiente resultante (Q_n) se divide sobre la raíz del tiempo para obtener un V_q equivalente a 1.2055, el cual, según los límites establecidos por Lo (1991) al 95% de confianza, se ubica dentro de dicho intervalo y permite no rechazar la hipótesis nula de que existe independencia del largo plazo en la serie, por lo que la estimación del exponente H , efectuada para el TES en referencia presentaría dependencia del corto más no del largo plazo. La información discriminada se presenta en la tabla 21.

Tabla 21. Cálculo estadístico V_q

MEDIA	2.32E-05	
W1	0.8	-7.04E-05
W2	0.6	-2.89E-05
W3	0.4	5.35E-05
W4	0.2	-5.75E-05
AUTOCOVARIANZA	-1.12E-07	
VARIANZA	6.83E-07	
VARIANZA MAS AUTOCOVARIANZA HASTA q REZAGOS	5.71E-07	
RANGO REESCALADO	3.08%	
Qn	40.70302682	
Vq	1.2055196	

Fuente: Cálculos de los autores

7.3.3. Valoración de opciones a partir del parámetro de volatilidad

Teniendo en cuenta las distintas formas abordadas acerca de la medición de la volatilidad, la presente investigación considera que, es dicho parámetro el más significativo para la valoración de títulos derivados, especialmente para, las opciones financieras; es decir, los agentes de mercado basan sus decisiones en la forma como se logra evidenciar el riesgo del activo en el que pretenden invertir o tienen posición; como se ha visto la volatilidad es una representación del riesgo y a continuación se observara el efecto que tienen distintas facetas de medición y reescalación de la misma en la valoración de opciones financieras. Cabe aclarar que todos los modelos aquí evaluados se obtienen modificando únicamente el valor de la volatilidad y el exponente de la raíz del tiempo que ajustan los niveles de delta en el modelo B&S y B-76.

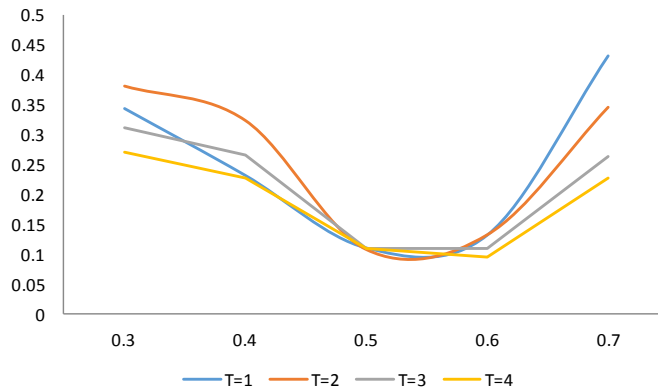
7.3.3.1. Aproximación a la superficie de volatilidad

Una vez obtenidos los precios simulados mediante el proceso de difusión por saltos, estos son comparados frente al precio derivado de la tasa spot con la que cerró el mercado al 30

de diciembre de 2013, el que equivale a un total de 127.76 según la metodología descrita. El resultado de dicha comparación son todos los niveles de moneyness posibles para los cuales existe un nivel de delta específico entre 0.1 y 0.9, es decir, todos los precios simulados que superaron al spot de referencia se encuentran OTM para una opción call; por lo que, su respectivo nivel de delta está por debajo de 0.5, mientras que los menores al spot se encuentran ITM y su nivel de delta es superior a un medio, para aquellos que no se ubican significativamente por encima o por debajo del spot su delta es de 0.5 y se encuentran ATM; dicha categorización también tiene en cuenta la ubicación en el tiempo entre 1 y 90 días al que pertenece cada dato del precio pronosticado. En ese orden de ideas, al reunir los precios de ejercicio con sus respectivos valores de delta y plazo comparados frente al spot del 30 de diciembre de 2013, se ejecuta un despeje matemático de la fórmula del delta, de manera tal que arroja el valor de la volatilidad que hace cumplir determinadas condiciones.

En el gráfico 20, se da muestra de las volatilidades encontradas para distintos valores de delta considerando únicamente los precios de ejercicio independientemente de los plazos, a éste gráfico se le conoce como sonrisa de volatilidad y da cuenta de cómo la volatilidad es más baja siempre y cuando el precio de ejercicio sea cercano al spot o en condiciones ATM, del mismo gráfico se puede interpretar que para los casos ITM y OTM, la volatilidad es más significativa dadas las características del título.

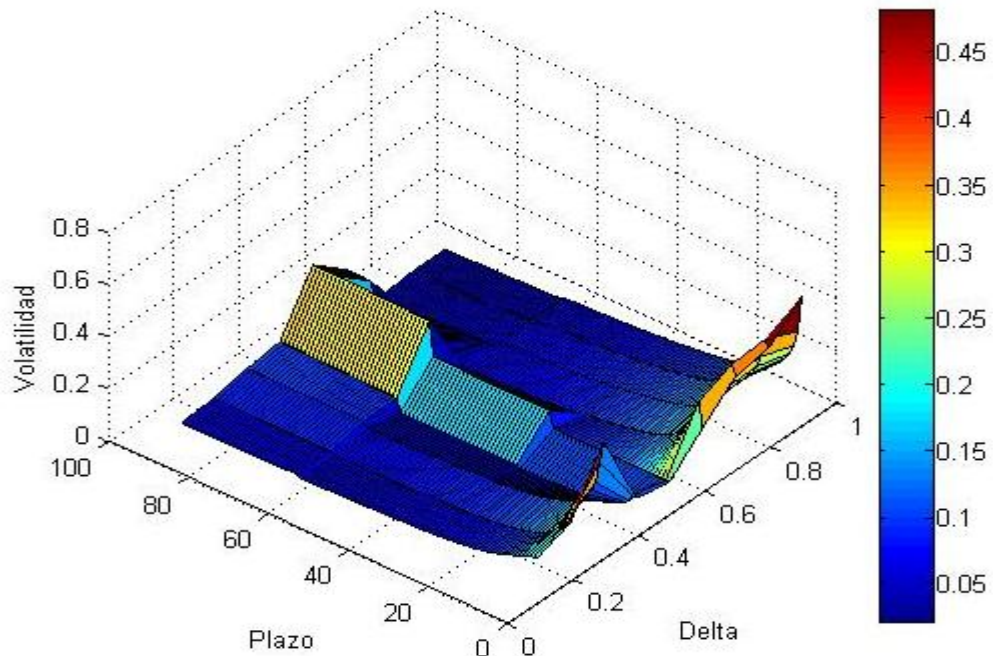
Gráfico 20. Sonrisa de volatilidad



Fuente: Cálculos Propios

Si, además de los precios, se le añade a la anterior gráfica cada uno de los plazos a los que corresponde, es posible determinar cómo se comporta el título derivado, según la cercanía a su propio vencimiento y el precio de ejercicio estipulado a la vez, lo cual se logra a través de la superficie de volatilidad evidenciada en el gráfico 21; según la superficie encontrada, existe un valor de la volatilidad para cada combinación entre precio de ejercicio y plazo.

Gráfico 21. Superficie de volatilidad



Fuente: Cálculos Propios

Para el título en estudio, en el gráfico 21 se observa mayor volatilidad en la medida en que este se acerque a su vencimiento, mientras que cuando es más lejano, la volatilidad es más baja a excepción de cuando el delta es de 0.5. Dadas las condiciones de paridad entre las opciones put y call, respecto del parámetro de volatilidad que estas utilizan para su valoración, se parte de que dicho parámetro posee el mismo valor independientemente del tipo; por lo que, los resultados obtenidos aplican para las dos formas de las opciones financieras. La serie de precios de ejercicio simulada, en el presente ejercicio, es usada en la generación de precios de las opciones call y put, de manera tal que se logren evidenciar todos los niveles de moneyness.

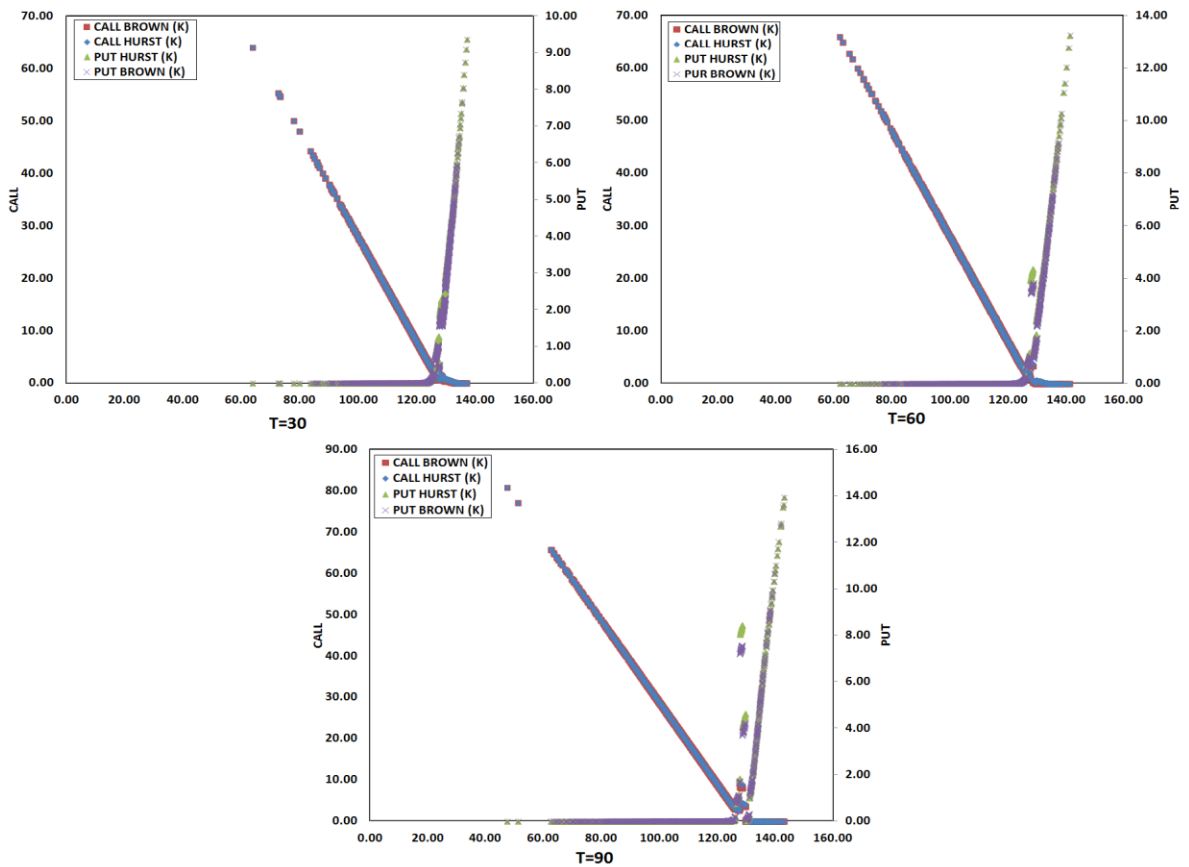
7.3.3.2. Valoración de opciones con volatilidad implícita

La volatilidad implícita, como se mencionó en apartados anteriores, es la que asignan los agentes del mercado a los activos subyacentes; por lo tanto, esta existe únicamente en mercados desarrollados donde la negociación de opciones presenta un volumen lo suficientemente grande; aun así, es posible definir una superficie de volatilidad de la que se puede obtener la volatilidad implícita a partir de diferentes metodologías, para el desarrollo de esta investigación, se utilizó la de difusión con saltos por razones expuestas en el apartado 4.6.

En este apartado, se presenta la respectiva valoración con la volatilidad implícita obtenida a partir de la superficie de volatilidad. Por cada precio de ejercicio se obtiene la volatilidad implícita dentro de la superficie de volatilidad, con esta, se valora cada precio de ejercicio a cada plazo al vencimiento 30, 60 y 90 días, a esta se le modifica el parámetro de reescalación en el tiempo, es decir, se hace una valoración con la raíz cuadrada (Ver anexo

9) y otra con la raíz Hurst del tiempo (ver anexo 10), a continuación se presentan los resultados obtenidos:

Gráfico 22. Resultado de la valoración de opciones call y put, con volatilidad implícita, por plazo⁴¹



Fuente: Elaboración propia

En el gráfico 22 se puede apreciar que, por cualquiera de las dos aproximaciones de reescalación en el tiempo, el grado de inclinación no cambia; es decir que, su tendencia se mantiene en función del precio de ejercicio, sin embargo, se puede observar,

⁴¹ En el gráfico se presenta 2.000 de un total de 20.000 precios por cada plazo.

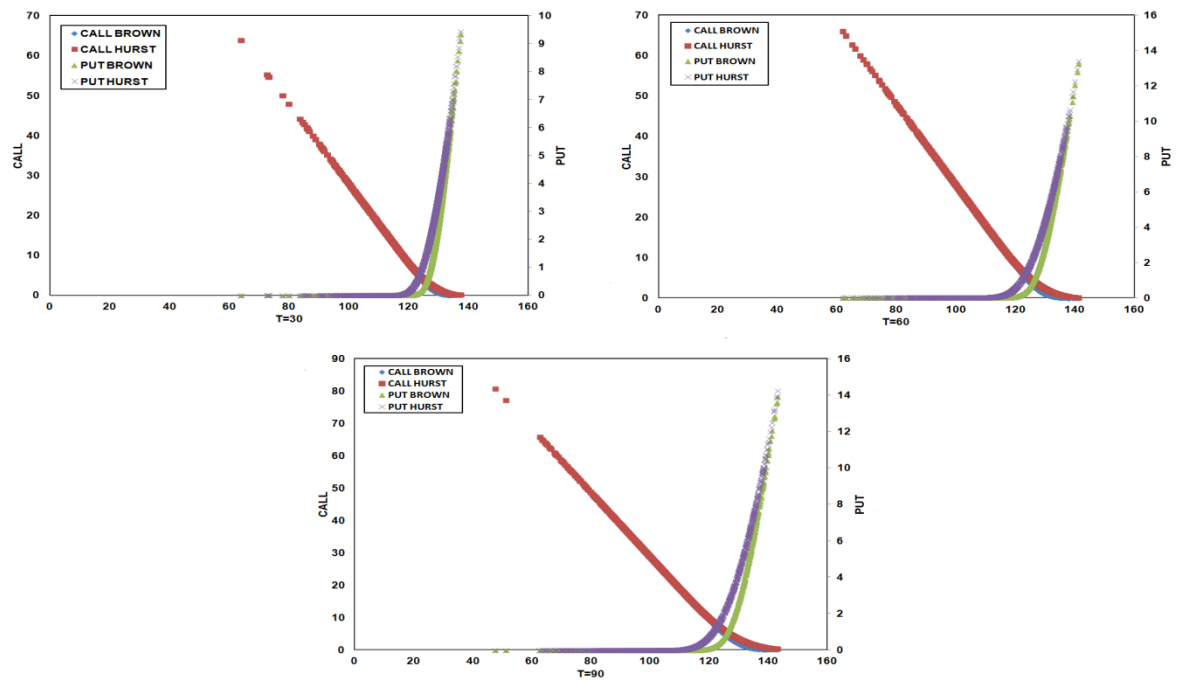
principalmente en los precios de las opciones put, que los valores de estos instrumentos, usando la raíz Hurst del tiempo, son mayores a los estimados con la raíz cuadrada del tiempo.

Otra evidencia en la gráfica es que los precios de las opciones call y put varían aproximadamente con la misma velocidad ante cambios en el precio de ejercicio, aunque los de las opciones call están un poco más inclinados. De manera adicional, es posible afirmar que en promedio, las opciones tanto call como put valoradas con la raíz Hurst del tiempo, son más costosas que las que fueron estimadas usando la raíz cuadrada del tiempo, también es posible concluir que las opciones call son más costosas que las opciones put, la razón de lo anteriormente expuesto es que los precios de ejercicio presentan fuertes caídas, lo que hace a las opciones call más costosas, mientras que los incrementos no son tan fuertes, por lo que en promedio los precios de las opciones put serán más bajos.

7.3.3.3. Valoración de opciones con volatilidad histórica

Según los cálculos para la volatilidad histórica equivalentes a 0,083% respecto de la historia de rendimientos del título en estudio, existe una variación bajo el efecto de duración y convexidad de 0.55%, que al ser incluidos dentro de los deltas de la valoración de opciones call y put teniendo en cuenta los exponentes sugeridos según la teoría del Movimiento Browniano y de memoria de Hurst, se obtienen los resultados de los anexos 11 y 12 para los 20000 precios de ejercicio simulados a 30, 60 y 90 días. El gráfico 23, presenta un análisis comparativo de los hallazgos.

Gráfico 23. Valoración de opciones call y put, con volatilidad no condicional, por plazo⁴²



Fuente: Elaboración de los autores

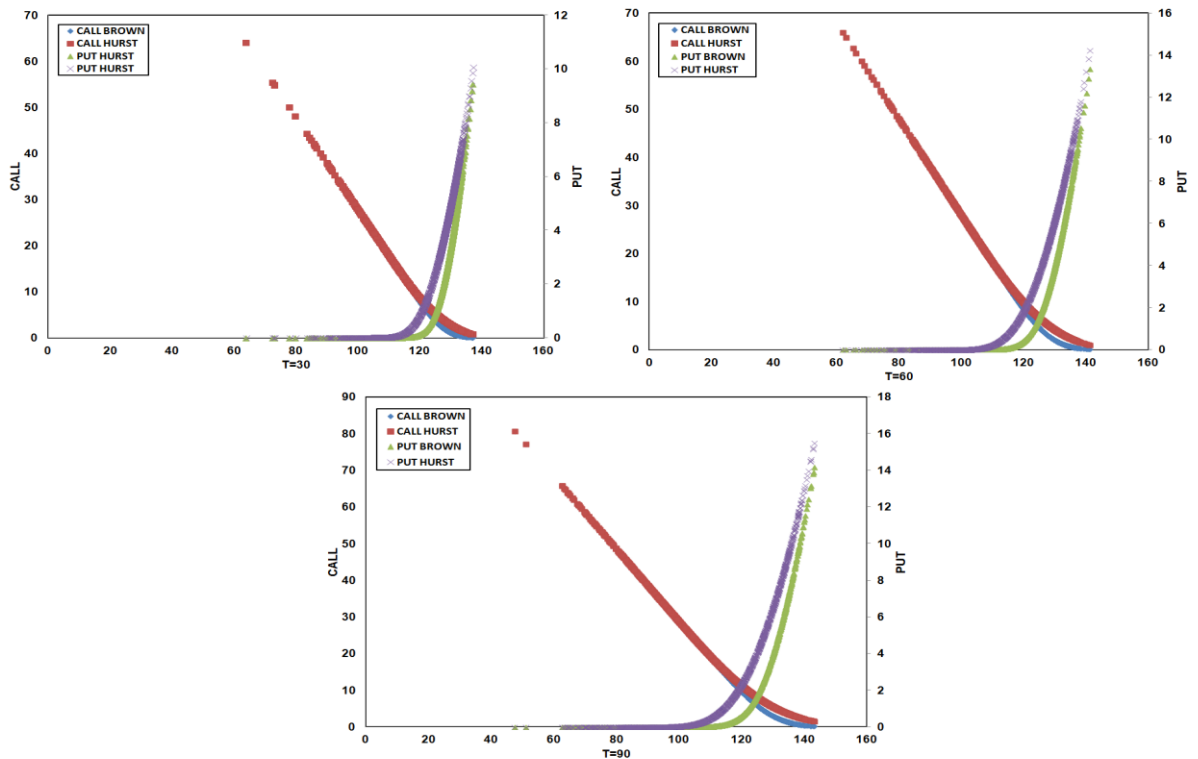
Los resultados de la modelación dan cuenta de que los precios son más elevados en la medida que implican un mayor plazo, especialmente para las opciones put, donde las variaciones son más significativas. Aquellos casos donde se usó la raíz cuadrada del tiempo para reescalar la volatilidad, se observa menos sensibilidad a los precios de ejercicio frente al uso del exponente Hurst, esto debido a que el cambio en la pendiente de la serie de precios con el exponente Hurst cambia más rápidamente su pendiente de 0 a positiva, nuevamente con más fuerza en las opciones put, no obstante, al comparar las opciones put frente a las call, independientemente del método de reescalar la volatilidad, los cambios en el precio, tienden a ser más drásticos en las opciones call, dada la inclinación de su curva.

⁴² En el gráfico se presenta 2.000 de un total de 20.000 precios por cada plazo.

7.3.3.4. Valoración de opciones con Simulación de Montecarlo

A continuación se describen los resultados de la valoración de opciones haciendo uso de la máxima variación esperada, obtenida de acuerdo a los parámetros de la distribución Laplace ajustada a los datos en estudio, mediante la realización de 5000 simulaciones a través del método de Montecarlo, dicho valor corresponde a 0.13% y, al igual que en las extensiones anteriores, es usado como una medida adicional de la volatilidad en el modelo B-76 para la valoración de opciones call y put.

Gráfico 24. Valoración de opciones call y put, con volatilidad derivada de simulación de Montecarlo, por plazo⁴³



Fuente: Elaboración de los autores

⁴³ En el gráfico se presenta 2.000 de un total de 20.000 precios por cada plazo.

Según el gráfico 24, el método propuesto asigna mayor precio a las opciones call, así mismo, para cada precio de ejercicio, las respectivas valoraciones tienden a presentar variaciones más drásticas en las opciones call que en las put; dicho efecto se hace más evidente en aquellos instrumentos que presentan mayor plazo al vencimiento, especialmente en las opciones put, cuyo precio es significativamente más elevado en opciones a 90 días que a 30 días y/o 60 días, con respecto a las opciones call éstas también tienden a ser más sensibles ante cambios en el precio en la medida que el plazo aumenta.

En lo referente a los dos métodos de reescalación de la volatilidad, teniendo en cuenta el mismo gráfico, el valor de las opciones call es indiferente a cualquiera de los exponentes usados, mientras que los valores de las put obtenidos mediante la reescalación con la raíz cuadrada del tiempo posee un diferencial por debajo de las valoradas con el exponente Hurst, específicamente para los precios de ejercicio más bajos, debido a que en la medida que éste incrementa el diferencial se hace casi nulo. Los anexos 13 y 14 presentan un resumen de las valoraciones efectuadas por el presente método.

7.3.3.5. Valoración de opciones con Duan

Asumir la volatilidad como variable y dependiente del tiempo, contrario a la propuesta de B&S quienes la asumen constante e independiente, es el supuesto principal por el que se propone la extensión al modelo de Duan(1995), este asume que la varianza depende en una proporción de las innovaciones y varianzas pasadas. Por lo anterior, se propone un modelo GARCH(1,1), que asume una volatilidad estocástica para valorar opciones sobre el TES con vencimiento el 24 de Julio de 2024.

Con este modelo se pretende tener en cuenta la historia para simular diferentes caminos que puede tomar la volatilidad y, así, definir los rendimientos futuros del activo subyacente. Para desarrollar el modelo, se cuenta con los parámetros⁴⁴ de la tabla 22.

Tabla 22. Parámetros GARCH para valorar opciones

PARÁMETROS	
<i>Rendimiento observado</i>	0,0250%
<i>Rendimiento estimado</i>	-0,0059%
<i>Error</i>	0,00030875
<i>Varianza</i>	0,00014848
<i>Alpha(0)</i>	6,9264E-08
<i>Alpha (1)</i>	0,16784652
<i>Beta</i>	0,73184644

Fuente: cálculos de los autores

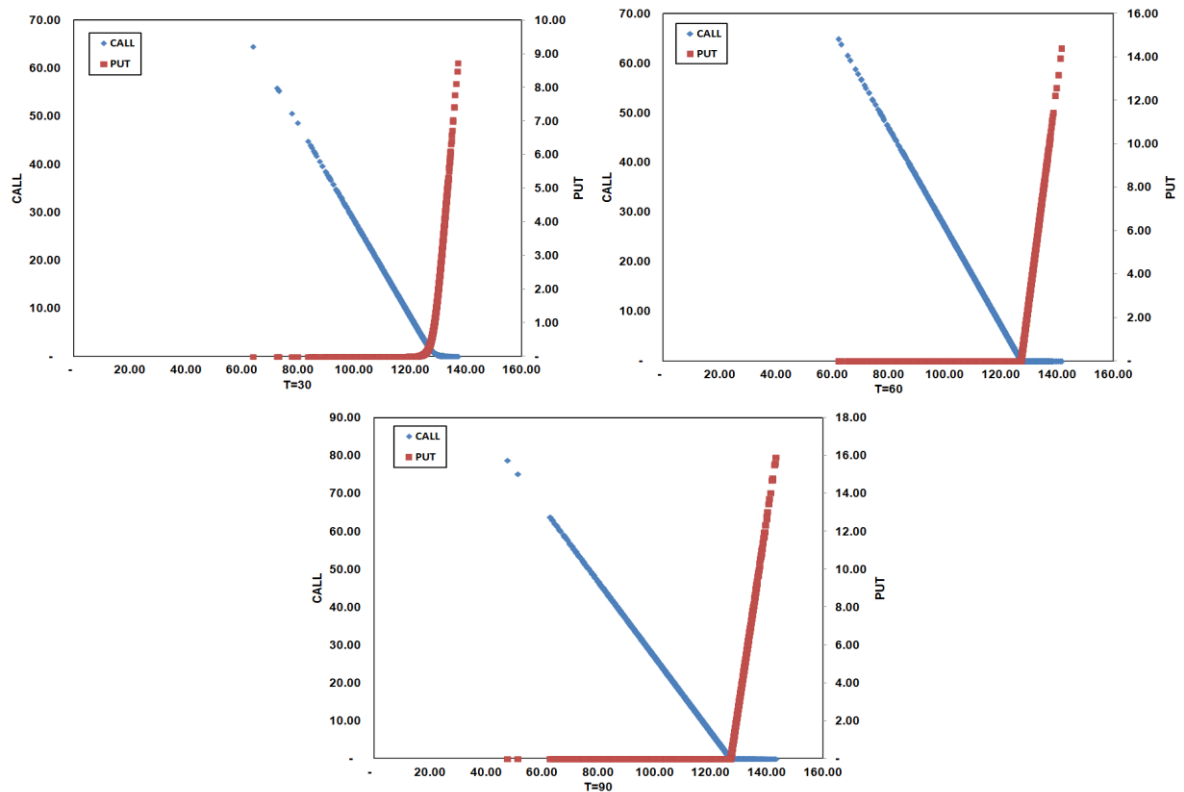
Lo primero que se hace es generar 10 mil números aleatorios por cada día hasta el vencimiento del contrato, es decir a 30, 60 y 90 días, con estos se obtienen el rendimiento y la varianza respectivamente por cada día; para realizar finalmente una sumatoria de rendimientos, esto se hace 10 mil veces por cada plazo. Con lo anterior se obtienen 10 mil rendimientos posibles a cada vencimiento, cada uno de estos se le suma a la tasa de mercado de 6.81%, del TES del día 30 de diciembre, para obtener 10 mil trayectorias de posibles tasas a las que podría encontrarse el mercado correspondiente a cada vencimiento.

Con cada tasa de la serie, por cada plazo, se valora el TES, obteniendo finalmente, 10 mil posibles precios a los que podría encontrarse el bono por cada plazo, finalmente para valorar las opciones call y put a cada vencimiento, se tiene en cuenta neutralidad al riesgo.

⁴⁴ Estos parámetros corresponden al resultado de modelar el GARCH(1,1), expuesto anteriormente, sobre la serie de tasas del TES con vencimiento el 24 de Julio de 2024.

Para obtener el valor definitivo de la prima de cada opción, se saca el valor promedio de las simulaciones, esto se repite por cada uno de los posibles precios de ejercicio⁴⁵ a cada plazo⁴⁶, el resultado de la valoración se presenta a continuación.

Gráfico 25. Resultado de la valoración de opciones call y put con Duan, por plazo⁴⁷



Fuente: Elaboración de los autores

El precio de mercado del activo subyacente el día 30 de diciembre era de 127.76, partiendo de este valor, en el gráfico 25 se aprecia que el precio de las opciones tanto call como put, con un precio de ejercicio mayor y menor respectivamente, para cada plazo, se mantiene en cero, hasta llegar aproximadamente al valor de mercado de dicho día, momento en el cual, el precio de las opciones empieza a incrementar; frente al precio de ejercicio, las opciones call tienen una relación inversa mientras que con las put la relación es directa. También, se

⁴⁵ Son 20.000 precios de ejercicio simulados por cada plazo al vencimiento a través de difusión con saltos.

⁴⁶ El resumen de la valoración puede verlo en el anexo 15.

⁴⁷ En el gráfico se presenta 2.000 de un total de 20.000 precios por cada plazo.

evidencia que de manera general, las opciones call son más costosas que las opciones put y esto se debe a que la proporción de precios de ejercicio inferiores al precio de mercado es superior a la proporción de precios superiores. Adicionalmente, el rango de incremento de los precios superiores, que es lo que hace a las opciones put costosas, es mucho más pequeño comparado con al rango de precios inferiores, que hace a las call más costosas. Además, es posible observar que el precio de las opciones put ante pequeñas variaciones del precio de ejercicio, cambia más rápido que el de las opciones call. Finalmente, el tiempo no es un parámetro significativo en la definición de los precios de las opciones.

El precio promedio de las opciones incrementa en la medida en que hay un mayor plazo al vencimiento, sin embargo esto se debe a efectos del precio de ejercicio, por lo que el incremento en función del tiempo no sería significativo.

7.3.4. Backtesting sobre valoración de opciones

Luego de la valoración de opciones por las distintas metodologías, en este apartado se presentan los resultados comparativos entre estas, con el fin de lograr determinar qué es lo que ocurre de manera general con cada una frente a lo ocurrido realmente en el mercado y, plantear así una primera aproximación sobre las metodologías que serían más significativas para aplicarlas en el mercado de opciones. Los resultados⁴⁸ se dividen en tres, el primero presenta los comparativos generales de la valoración, el segundo expone los resultados por relación moneyness (ITM, ATM y OTM) y, en el último, se relacionan los gráficos resultados de la elección de las mejores metodologías en cuanto a valoración se refiere, comparándolos frente al modelo estándar de B-76.

⁴⁸ Los resultados se presentan en cuadros comparativos, y para realizarlos se trabaja con el 80% de los precios de ejercicio utilizados en la valoración, restando los datos que tienen valores extremadamente pequeños, es decir que se trabaja con un total de 16.000 precios de opciones.

La mejor metodología de valoración, en términos de la representación de volatilidad utilizada y teniendo en cuenta las recomendaciones de la SFC, es aquella que menos utilidades genere, por lo tanto el backtesting para evaluar las metodologías consiste en presentar el RMSE como medida promedio de los errores, por lo que el mejor es aquel que sea más pequeño o cero. Para complementar, se presenta un indicador de desviación sistémica que compara los resultados por cada metodología frente a la metodología estándar. Además de las expuestas, se presenta una proporción, que resulta de, encontrar la metodología que presenta payoff's más cercanos a 0, por cada uno de los precios de ejercicio simulados, de manera tal que se logre evidenciar el número de repeticiones en la muestra de datos escogida teniendo en cuenta las condiciones de plazo, comparada frente al total de las valoraciones, dicho procedimiento permite verificar el porcentaje en los que el método es efectivo, y frente a este, se presenta un rango de precios, el cual muestra el intervalo de precios de ejercicio equivalentes a la proporción.

Los resultados obtenidos por cada metodología de valoración, a un vencimiento de 30 días, se presentan en la tabla 23, de acuerdo a estos, la mejor metodología para la valoración de opciones call por presentar el menor RMSE es Duan, de manera adicional, de las 16.000 valoraciones realizadas cada una con cada metodología, Duan es la que presenta la mayor proporción con un 51.34%, esto quiere decir que del total de estimaciones, este porcentaje corresponde a la proporción en que esta metodología resulta ser más eficiente, adicional a esto, el rango de precios en los que esta metodología aplica esta entre 115 y 135, el cual es bastante amplio.

Para el caso de las opciones put, el modelo Duan continúa siendo eficiente, por su menor RMSE y proporción del 73.89% frente a las otras metodologías, además, el rango de precios de ejercicio en lo que esta metodología es buena, es amplio.

Tabla 23. Comparativo General de Valoración de Opciones: vencimiento 30 días⁴⁹

	MODELO	RMSE	DS	PROPORCIÓN	RANGO	
					MÁXIMO	MÍNIMO
CALL	B-76	1.6540	-	4.98%	128.5875	128.1848
	B-76 Hurst	1.9156	1.68	10.58%	126.5530	124.4572
	B-76 Montecarlo	1.8328	1.13	10.58%	127.7620	126.5553
	B-76 Montecarlo Hurst	2.8631	4.96	16.29%	124.4566	118.8608
	Duan - Garch	1.4766	-0.19	51.34%	135.9759	115.6159
	B&S Implícita	1.7015	0.01	6.24%	137.3582	127.7644
	B&S Implícita Hurst	1.7782	0.36	0.00%	-	-
PUT	B-76	5.1340	-	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	12.5036	11.32	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	5.4572	11.92	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	6.5857	202.36	0.00%	-	-
	Duan - Garch	4.9086	-0.11	73.89%	137.3582	124.2670
	B&S Implícita	5.1028	-0.28	3.29%	127.7620	127.4534
	B&S Implícita Hurst	5.1793	-0.20	22.82%	124.2636	115.6159

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 24 se presentan los resultados por precios de ejercicio ITM, ATM y OTM. De acuerdo a esto, para las opciones call la mejor metodología en ITM es Duan por menor RMSE y mayor promedio, en el caso OTM la mejor es B-76 Montecarlo Hurst por tener la mayor proporción y un rango más amplio a pesar de que el RMSE del Duan es más pequeño, lo que refiere a valoración de opciones call a 30 días ATM, es mejor B-76 Montecarlo. Por el lado de las opciones put, el modelo Duan es el mejor en ATM, OTM e ITM, a pesar de que en este último sería más adecuado B&S Implícita Hurst por proporción, se deja Duan como el mejor por aplicar a un rango más realista de precios.

⁴⁹ En las tablas los nombres de los modelos representan lo siguiente:

Nombre	Modelo	Representación	Reescalación
B-76	Black (1976)	Desviación estandar	Raíz cuadrada
B-76 Hurst	Black (1976)	Desviación estandar	Raíz Hurst
B-76 Montecarlo	Black (1976)	Montecarlo	Raíz cuadrada
B-76 Montecarlo Hurst	Black (1976)	Montecarlo	Raíz Hurst
Duan - Garch	Extensión de Duan	GARCH	No aplica
B&S Implícita	Black and Scholes	Implícita	Raíz cuadrada
B&S Implícita Hurst	Black and Scholes	Implícita	Raíz Hurst

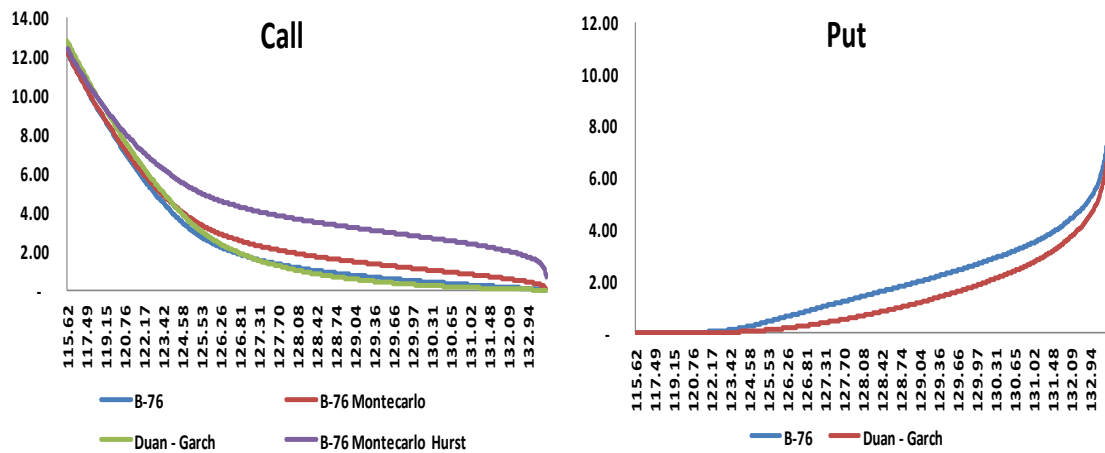
Tabla 24. Comparativo por Moneyness de Valoración de Opciones: vencimiento 30 días

		MODELO	ITM			
			RMSE	DS	PROPORCIÓN	MÍNIMO
CALL	B-76	2.2934	0.00	9.42%	128.1848	128.5875
	B-76 Hurst	3.0383	2.90	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	2.7600	1.96	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	4.4471	8.71	0.00%	-	-
	Duan - Garch	2.2036	-0.40	83.32%	128.7296	135.9759
	B&S Implícita	2.3141	0.06	7.26%	128.0003	137.3582
	B&S Implícita Hurst	2.4795	0.69	0.00%	-	-
PUT	B-76	7.8370	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	8.1903	29.37	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	8.0726	31.26	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	9.0052	537.44	0.00%	-	-
	Duan - Garch	7.7512	0.29	39.25%	124.2670	126.9990
	B&S Implícita	7.7858	-0.73	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	7.7991	-0.70	60.75%	115.6159	124.2636
		MODELO	ATM			
			RMSE	DS	PROPORCIÓN	MÍNIMO
CALL	B-76	0.2481	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	0.3327	0.79	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	0.1436	0.51	74.90%	127.0000	127.7620
	B-76 Montecarlo Hurst	1.0177	1.75	0.00%	-	-
	Duan - Garch	0.2726	-0.04	0.00%	-	-
	B&S Implícita	0.4076	-0.14	25.10%	127.7644	127.9999
	B&S Implícita Hurst	0.3668	0.00	0.00%	-	-
PUT	B-76	1.5376	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	2.1013	1.00	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	1.9023	0.64	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	2.7909	2.22	0.00%	-	-
	Duan - Garch	1.2017	-0.59	65.62%	127.0000	127.9999
	B&S Implícita	1.4494	-0.18	34.38%	127.4534	127.7620
	B&S Implícita Hurst	1.5524	-0.01	0.00%	-	-
		MODELO	OTM			
			RMSE	DS	PROPORCIÓN	MÍNIMO
CALL	B-76	1.4034	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	1.0745	0.19	28.17%	124.4572	126.5530
	B-76 Montecarlo	1.1463	0.13	9.08%	126.5553	126.9990
	B-76 Montecarlo Hurst	1.0163	0.48	43.36%	118.8608	124.4566
	Duan - Garch	0.9381	0.08	19.38%	115.6159	118.8550
	B&S Implícita	1.4812	-0.03	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	1.4642	-0.01	0.00%	-	-
PUT	B-76	2.5413	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	3.6299	0.38	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	3.2525	0.25	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	5.1669	0.89	0.00%	-	-
	Duan - Garch	1.6384	-0.30	100.00%	128.0003	137.3582
	B&S Implícita	2.5826	0.01	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	2.8723	0.12	0.00%	-	-

Fuente: Elaboración propia

En el gráfico 26, por el lado de las opciones call, se observa que el modelo Duan, en ITM le da un menor precio a las opciones frente al modelo B-76, es decir que este último sobrevalora opciones ITM en promedio en 0.4 um, en el caso ATM, la metodología estándar subvalúa opciones frente a B-76 Montecarlo en promedio en 0.51 um, finalmente en OTM donde el mejor es B-76 Montecarlo Hurst, existe evidencia de que B-76 subvalora opciones frente al primero en promedio en 0.48 um.

Gráfico 26. Comparativo entre las mejores metodologías y Desviación – Brown: vencimiento 30 días por tipo de opción



Fuente: Elaboración propia

En el caso de las opciones put donde el modelo Duan es eficiente en valorar opciones ITM, ATM y OTM, en los dos últimos escenarios, la metodología estándar sobrevalora opciones en promedio en 0.59 um y 0.30 um respectivamente; en el caso ITM, determinando así que B-76 subvalúa aproximadamente en 0.29 um.

Para resumir en el análisis de la valoración de opciones a 30 días, el mejor modelo es el Duan, por destacarse en las comparaciones a nivel general, lo que lleva a resaltar la importancia de este al corregir sesgos asociados al modelo estándar B&S y su extensión B-76, resultados que coinciden con los hallazgos de Ortiz, Sánchez y Venegas (2011), lo anterior resalta el valor de asumir una volatilidad dependiente y variable.

El consolidado de técnicas comparativas entre metodologías para la valoración de opciones a 60 días se presenta en la tabla 25, de acuerdo a los resultados expuestos, el mejor modelo para evaluar opciones call, es B-76 Montecarlo Hurst por tener el menor RMSE y mayor proporción, siendo esta de 58.43% comparado al resto de metodologías.

Tabla 25. Comparativo General de valoración de opciones: vencimiento 60 días

	MODELO	RMSE	DS	PROPORCIÓN	RANGO	
					MÁXIMO	MÍNIMO
CALL	B-76	3.5242	-	4.28%	132.0067	131.0287
	B-76 Hurst	3.4712	1.13	11.80%	131.0229	128.5889
	B-76 Montecarlo	3.2876	0.83	7.49%	131.9992	104.8199
	B-76 Montecarlo Hurst	3.1127	3.62	58.43%	127.7619	104.7946
	Duan - Garch	4.6965	-0.52	13.00%	142.1610	132.3475
	B&S Implícita	3.6668	-0.27	0.48%	132.3445	132.2516
	B&S Implícita Hurst	3.6502	-0.18	4.53%	132.2484	127.7667
PUT	B-76	13.3012	-	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	21.3403	590.08	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	13.5941	1,055	30.24%	142.1610	104.9008
	B-76 Montecarlo Hurst	14.5872	118,346	0.00%	-	1.0000
	Duan - Garch	13.2681	-0.62	61.73%	128.5872	104.7946
	B&S Implícita	13.2093	-0.61	8.03%	142.1199	127.4567
	B&S Implícita Hurst	13.2370	-0.59	0.00%	-	-

Fuente: Elaboración propia

Respecto a las opciones put, por RMSE y promedio, el mejor modelo es B&S Implícita, sin embargo en proporción es mejor Duan con el 61.7%, teniendo en cuenta que este último en

RMSE no se aleja mucho del primero y que los precios de ejercicio que abarcan ambos son diferentes, es posible afirmar que estos dos se complementan.

Lo que refiere a la evaluación por moneyness, la mejor estimación ITM para opciones call por proporción y por aplicar a un rango más amplio es Duan, esto se afirma a pesar de que el RMSE de B-76 sea menor dado que este último aplica a un rango de precios más pequeño y en la proporción no tuvo su mejor resultado, mientras que para ATM y OTM, la mejor estimación la da B-76 Montecarlo Hurst, los resultados se evidencian en la tabla 26 los cuales coinciden con los resultados expuestos anteriormente.

Tabla 26. Comparativo por Moneyness de Valoración de Opciones: vencimiento 60 días

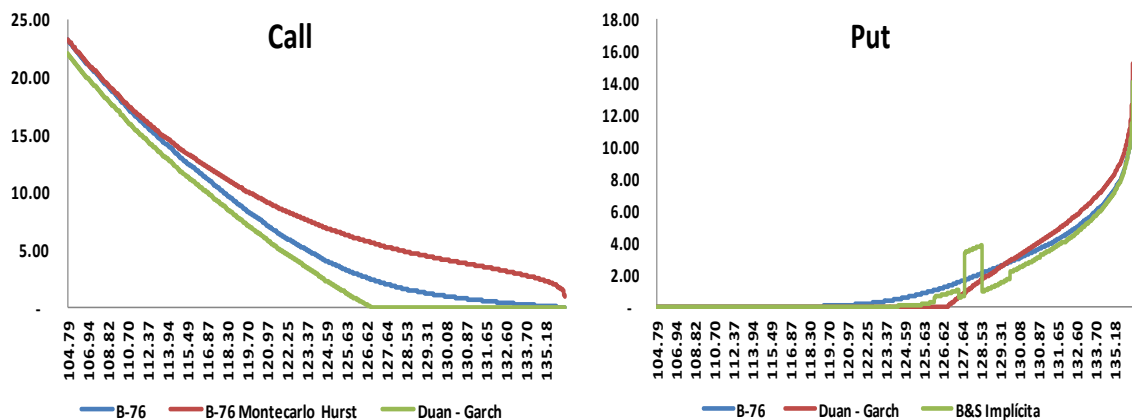
		MODELO	ITM			
			RMSE	DS	PROPORCIÓN	MÍNIMO
CALL	B-76	2.1522	0.00	9.95%	131.2632	132.0067
	B-76 Hurst	2.2600	3.01	26.20%	128.5889	130.3107
	B-76 Montecarlo	2.1754	2.23	14.04%	130.3195	131.2623
	B-76 Montecarlo Hurst	3.4476	9.86	0.00%	-	-
	Duan - Garch	2.6484	-1.00	37.98%	132.3475	142.1610
	B&S Implícita	2.3080	-0.71	1.41%	132.2516	132.3445
	B&S Implícita Hurst	2.2548	-0.46	10.43%	128.0014	132.2484
PUT	B-76	16.4532	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	16.7316	959.71	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	16.6581	1715.42	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	17.4616	192529.48	0.00%	-	-
	Duan - Garch	16.3573	-1.00	100.00%	104.7946	126.9997
	B&S Implícita	16.3787	-0.94	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	16.3797	-0.94	0.00%	-	-
		MODELO	ATM			
			RMSE	DS	PROPORCIÓN	MÍNIMO
CALL	B-76	2.7702	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	1.3707	0.68	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	1.7485	0.49	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	0.4917	1.56	74.93%	127.0003	127.7619
	Duan - Garch	4.8606	0.66	0.00%	-	-
	B&S Implícita	3.0704	-0.01	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	2.9685	0.09	25.07%	127.7667	127.9991
PUT	B-76	6.4104	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	7.8135	0.91	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	7.4341	0.66	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	9.6451	2.09	0.00%	-	-
	Duan - Garch	5.4857	-0.61	68.66%	127.0003	127.9991
	B&S Implícita	6.4061	-0.08	31.34%	127.4547	127.7619
	B&S Implícita Hurst	6.6320	0.04	0.00%	-	-
		MODELO	OTM			
			RMSE	DS	PROPORCIÓN	MÍNIMO
CALL	B-76	4.1339	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	3.7454	0.11	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	3.8383	0.08	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	3.0204	0.29	100.00%	104.7946	126.9997
	Duan - Garch	5.5070	-0.22	0.00%	-	-
	B&S Implícita	4.2717	-0.04	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	4.2695	-0.04	0.00%	-	-
PUT	B-76	5.0536	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	6.1864	0.33	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	5.8812	0.24	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	7.8983	0.81	0.00%	-	-
	Duan - Garch	5.4762	0.06	7.19%	128.0014	128.5872
	B&S Implícita	4.7775	-0.08	92.81%	128.5889	142.1610
	B&S Implícita Hurst	4.9532	-0.03	0.00%	-	-

Fuente: Elaboración propia

En el caso de las opciones put OTM, la mejor metodología es B&S Implícita, lo que coincide con el resultado general, además la mejor en la valoración de opciones ITM y ATM es Duan, evento que sustenta los resultados de la tabla general.

En el gráfico 27, se observa que la metodología estándar subvalora opciones call ATM y OTM frente a B-76 Montecarlo Hurst en promedio en 1.56 um y 0.29 um respectivamente y sobrevalora opciones ITM frente a Duan en 1 um. En el caso de las opciones put, el modelo B-76 sobrevalora ITM y ATM frente al Duan en 1 um y 0.61 um respectivamente, además sobrevalora opciones OTM frente al modelo B&S Implícita en un promedio de 0.08 um.

Gráfico 27. Comparativo entre las mejores metodologías y Desviación – Brown: vencimiento 60 días por tipo de opción



Fuente: Elaboración propia

En resumen, en la valoración de opciones a 60 días el mejor modelo para valorar call, resulta ser B-76 Montecarlo Hurst, lo que resalta la importancia de permitir el ajuste de distintas distribuciones a la serie de rendimientos a mediano plazo. Además, el parámetro Hurst le da peso a la persistencia; es decir, que le permite al modelo tener en cuenta

dependencia de largo plazo lo que coincide con los resultados de León y Vivas (2010) quienes encuentran memoria de largo plazo en la renta fija en Colombia. Por lo que refiere a las opciones put, resulta ser Duan tan importante como B&S Implícita, dado que estos se complementan abarcando los tres niveles de Moneyness, así mismo, resulta esencial el uso de la volatilidad implícita en el mercado, considerando que este le asigna menor volatilidad en escenarios OTM a un mayor plazo al vencimiento, resultado coincidente con los hallazgos presentados por León (2009) en la superficie de volatilidad de renta fija.

En la tabla 27 se presenta el resumen del comparativo general de valoración de opciones a 90 días, de acuerdo a los resultados allí expuestos, el mejor modelo por proporción y rango amplio resulta ser B-76 Montecarlo Hurst en opciones call, sin embargo por RMSE el mejor es B-76 pero teniendo en cuenta la proporción y el rango de precios en el que este aplica, no resulta ser lo suficientemente significativo. En el caso de las opciones put, el mejor modelo es Duan por RMSE y proporción, además de poseer el rango de precios en el que abarca los tres niveles de moneyness.

Tabla 27. Comparativo General de valoración de opciones: vencimiento 90 días

	MODELO	RMSE	DS	PROPORCIÓN	RANGO	
					MÁXIMO	MÍNIMO
CALL	B-76	2.9048	-	4.48%	131.8011	130.0896
	B-76 Hurst	2.9287	0.66	15.17%	130.0877	124.4261
	B-76 Montecarlo	2.9117	0.52	5.74%	131.4547	98.0020
	B-76 Montecarlo Hurst	3.4145	2.13	60.98%	124.4210	97.9786
	Duan - Garch	4.7047	-0.44	13.63%	148.4933	131.8064
	B&S Implícita	3.0534	-0.12	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	3.1027	-0.10	0.00%	-	-
PUT	B-76	17.3631	-	7.06%	143.0981	134.1943
	B-76 Hurst	25.8208	7,010	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	17.5849	12,971	16.14%	141.8439	98.0629
	B-76 Montecarlo Hurst	18.3992	4,079,329	0.00%	-	-
	Duan - Garch	17.3512	-0.72	72.85%	129.7212	97.9786
	B&S Implícita	17.3695	-0.67	1.58%	148.4933	131.6433
	B&S Implícita Hurst	17.3936	-0.65	2.38%	131.6330	129.7385

Fuente: Elaboración de los autores

De acuerdo a lo expuesto en la tabla 28, por moneyness, el mejor para valorar opciones call ITM a 90 días es Duan por proporción, mientras que por mayor proporción y rango son más adecuadas las valoraciones ATM con B-76 Montecarlo y OTM con B-76 Montecarlo Hurst. Para el caso de las opciones put ITM y ATM la mejor metodología es Duan por RMSE y por tener toda la proporción, en el caso de las opciones OTM el resultado se divide entre Duan y B&S Implícita ya que estos dos se complementan al aplicar a diferentes precios.

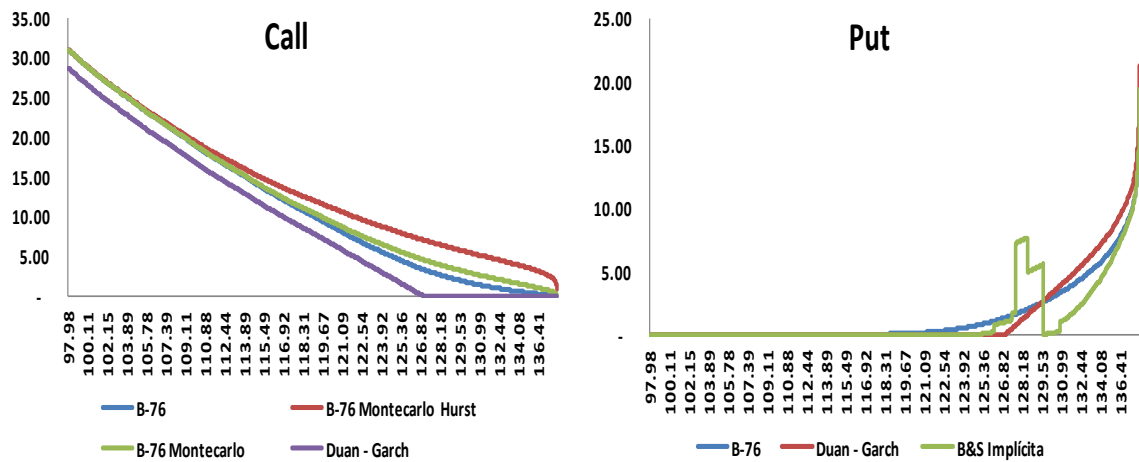
Tabla 28. Comparativo por Moneyness de Valoración de Opciones: vencimiento 90 días

		MODELO	ITM			
			RMSE	DS	PROPORCIÓN	MÍNIMO
CALL	B-76	3.3998	0.00	25.42%	129.0850	148.4933
	B-76 Hurst	4.1593	2.43	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	3.9671	1.91	13.14%	128.0023	129.0836
	B-76 Montecarlo Hurst	5.8987	7.95	0.00%	-	-
	Duan - Garch	3.5430	-1.00	61.44%	131.2681	148.0007
	B&S Implícita	3.5849	-0.45	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	3.7253	-0.39	0.00%	-	-
PUT	B-76	20.2025	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	20.4125	9654	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	20.3669	17865	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	21.0570	5618426	0.00%	-	-
	Duan - Garch	20.1425	-1.00	100.00%	97.9786	126.9931
	B&S Implícita	20.1521	-0.97	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	20.1516	-0.97	0.00%	-	-
		MODELO	ATM			
			RMSE	DS	PROPORCIÓN	MÍNIMO
CALL	B-76	2.7637	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	2.4685	0.51	42.89%	127.0031	127.3996
	B-76 Montecarlo	2.5203	0.40	57.11%	127.4021	128.0000
	B-76 Montecarlo Hurst	2.0165	1.22	0.00%	-	-
	Duan - Garch	5.0467	-1.00	0.00%	-	-
	B&S Implícita	2.8732	0.37	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	2.8747	0.45	0.00%	-	-
PUT	B-76	4.0993	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	5.4703	1.03	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	5.1751	0.81	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	7.5293	2.44	0.00%	-	-
	Duan - Garch	4.8609	-0.70	100.00%	127.0031	128.0000
	B&S Implícita	4.6488	0.59	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	4.9525	0.73	0.00%	-	-
		MODELO	OTM			
			RMSE	DS	PROPORCIÓN	MÍNIMO
CALL	B-76	1.3691	0.00	0.00%	-	-
	B-76 Hurst	0.2446	0.07	9.89%	124.4210	126.9931
	B-76 Montecarlo	0.1812	0.05	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	2.3779	0.19	90.11%	97.9786	124.4174
	Duan - Garch	4.4444	-0.22	0.00%	-	-
	B&S Implícita	2.4727	-0.02	0.00%	-	-
	B&S Implícita Hurst	2.7755	-0.02	0.00%	-	-
PUT	B-76	5.9775	0.00	2.06%	129.5318	148.4933
	B-76 Hurst	7.5483	0.39	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo	7.2114	0.30	0.00%	-	-
	B-76 Montecarlo Hurst	9.7144	0.95	0.00%	-	-
	Duan - Garch	4.9144	0.12	18.49%	128.0023	129.5317
	B&S Implícita	7.3577	0.08	57.46%	131.6330	148.0007
	B&S Implícita Hurst	7.6750	0.15	21.98%	129.7305	131.6321

Fuente: Elaboración de los autores

En el gráfico 28, se evidencia que la metodología B-76 sobrevalora opciones call ITM y OTM frente a Duan en 1 um y B-76 Montecarlo Hurst en 0.19 um respectivamente; y subvalora ATM en 0.40 um frente a B-76 Montecarlo. En el caso de las opciones put, la metodología estándar sobrevalora opciones ITM y ATM en 1 um y 0.7 um respectivamente frente a la metodología GARCH y subvalora OTM en 0.12 y 0.08 frente a GARCH e Implícita-Brown respectivamente.

Gráfico 28. Comparativo entre las mejores metodologías y Desviación – Brown: vencimiento 90 días por tipo de opción



Fuente: Elaboración de los autores

Para resumir, los resultados de valoración de opciones call a 90 días no proponen una sola metodología como la más indicada para valorar este tipo de activos, por lo que a este plazo los resultados se dispersan sobre otras metodologías, dejando como las principales Montecarlo-Hurst y Montecarlo-Brown, en el caso de las opciones put es posible concluir que de manera general el mejor modelo es GARCH, por su fuerte participación en los resultados mostrados.

De acuerdo a los hallazgos ya expuestos, las mejores metodologías para la valoración de opciones europeas son GARCH, Montecarlo-Hurst, Montecarlo-Brown e Implícita-Brown. De manera general, la metodología Desviación-Brown sobrevalora opciones put en ITM, ATM y OTM mientras que subvalora opciones call en ATM y OTM y sobrevalora ITM.

CONCLUSIONES

Con los resultados obtenidos de la investigación es posible afirmar que existen diferentes conceptos sobre volatilidad, sin embargo, todos estos convergen en una misma idea, “cambios en los precios”; la incertidumbre reflejada a través de la volatilidad y la dificultad para ser representada en su totalidad, la catalogan como un imaginario, que lleva a que se desarrollen distintas aproximaciones para explicarla, por lo tanto, esta no es una visión rígida, existe la posibilidad de analizarla bajo otras perspectivas.

En ese orden de ideas, en la historia, han surgido representaciones como necesidad de simplificar el comportamiento de los precios del mercado con el fin de explicarlo. Las representaciones de la volatilidad son enfoques cuantitativos que permiten al inversionista evidenciar de manera aproximada los movimientos del mercado, algunas de ellas, han surgido como resultado de una analogía entre problemáticas derivadas de ciencias - física, matemáticas, estadística, botánica, entre otras - y las variaciones de los precios.

Debido a las distintas interacciones que tienen los agentes en los mercados y su diversidad de visiones acerca de la variación en los precios, la volatilidad puede ser modelada de acuerdo a diferentes supuestos; uno de los más reconocidos es el Movimiento Browniano según el cual, los cambios en los precios son estacionarios al asumir volatilidad y tendencia constantes; son independientes, es decir que no existe correlación con la historia por lo que el pasado no se le puede utilizar para predecir el futuro; son continuos y siguen una distribución normal; en contraste con lo anterior, hay evidencia de que los cambios en los precios rara vez se ajustan a estos supuestos, por lo que otros autores dan evidencia de que los cambios en los precios de los activos presentan memoria de largo plazo, contradiciendo la hipótesis de independencia, adicionalmente tienen en cuenta las anomalías que no son consideradas por la teoría de equilibrio general y la teoría de

expectativas racionales, las cuales hablan de la existencia de mercados eficientes en el que el valor medio esperado es cero, es decir que la mejor estimación del precio a un futuro es el precio actual.

La volatilidad se ha hecho evidente en mayor medida en las principales crisis, caracterizadas por sus fuertes variaciones en variables como los precios, tipos de cambio, tasas de interés, entre otras; como consecuencia de ello, los periodos de recesión económica han traído consigo la introducción de nuevos factores asociados al riesgo de mercado, de acuerdo a dichas circunstancias, los entes reguladores han diseñado distintas metodologías para medir este tipo de riesgos, la propuesta de Basilea adoptada por la SFC, se basa en asumir una volatilidad constante e independiente, acorde con el uso de la raíz cuadrada del tiempo para el cálculo del VaR.

En el caso específico de la renta fija, el riesgo se enfoca en las variaciones de las tasas en el mercado secundario, que cambian por fuerzas de oferta y demanda. En Colombia desde 2009, la recuperación no sostenida de dicho mercado, ha generado fuertes variaciones en las tasas de negociación trayendo consigo grandes pérdidas a los inversionistas. En ese sentido, teniendo en cuenta que los derivados han representado una inteligente maniobra del hombre en su intento por hacer del riesgo algo evitable, un adecuado mecanismo ante las fuertes variaciones en el mercado de renta fija son las opciones financieras, debido a que sirven para administrar el riesgo dentro de los portafolios y en algunos casos ayudan a maximizar ganancias.

El mercado de derivados OTC es proporcionalmente más grande que el organizado, y esto se da por la baja oferta de productos y por que no son hechos a la medida, sin embargo el organizado ha venido tomando fuerza, y se caracteriza por la gran participación de derivados sobre renta fija, lo que determina sin duda alguna la fuerte necesidad que existe

en el mercado de demandar y ofrecer este tipo de instrumentos con el fin de cubrirse o especular, adicional a ello, su introducción a las negociaciones colombianas depende de los distintos mecanismos de carácter regulatorio y estructural que se planteen en la nación.

Las representaciones de la volatilidad han servido de base para el planteamiento de desarrollos que hoy componen la teoría financiera moderna, muestra de ello es que el único parámetro desconocido, incierto y uno de los principales dentro de la valoración de opciones es la volatilidad; por lo que, una buena estimación de esta genera buenos escenarios de cobertura. En busca de la mejor estimación, la presente investigación se enfocó en determinar, cuál de las representaciones estudiadas es más eficiente para la valoración de opciones europeas sobre renta fija considerando el riesgo que reflejan.

Si lo que desea el inversionista es hacer leve la sobrevaloración de las posibles pérdidas, puede hacer uso de las representaciones del EWMA y ARCH-GARCH. En caso contrario, puede recurrir a la desviación estándar, simulación histórica o simulación de Montecarlo; el proceso de difusión con saltos simula escenarios extremos de las tasas de mercado de los TES, incluyendo eventos que hasta el momento nunca han ocurrido con estas, además presenta una concentración en un incremento en los precios que no logran ser capturados por un tipo de metodología como el VaR.

A partir del uso de distintos precios de ejercicio simulados por medio de difusión con saltos, los cuales fueron ajustados a los distintos niveles de delta se encontró que, efectivamente se forma una sonrisa de volatilidad, aunque esta se presenta en plazos más cercanos al vencimiento, acorde con esto, la superficie de volatilidad da evidencia de que hay mayor volatilidad en los escenarios ITM y OTM y menor en ATM entre más cerca este al vencimiento, mientras que es al contrario a un mayor plazo, lo que resulta lógico, dado que si desea una opción a un corto plazo en un escenario ITM, el precio de la opción

debería ser mayor, porque la probabilidad de que esto ocurra es baja, por lo que la volatilidad resultado es coincidente con esto, mientras que si desea una opción ATM, en un mayor plazo, la volatilidad deberá ser mayor dado que las posibilidades de que termine en el mismo precio son menores.

En cuanto a la modificación del parámetro de volatilidad, de acuerdo a los resultados de las representaciones estudiadas de la misma; se determinó que, usando la raíz H del tiempo con volatilidad implícita los precios son significativamente mayores, principalmente en el caso de las opciones put. A su vez, al usar la volatilidad histórica, los precios son más elevados a un mayor plazo, especialmente para las opciones put. Para aquellos casos donde se usó la raíz cuadrada del tiempo para reescalar la volatilidad, se observa menos sensibilidad a los precios de ejercicio frente al uso del exponente H , al comparar las opciones put frente a las call, independientemente del método de reescalar la volatilidad, los cambios en el precio tienden a ser más drásticos en las opciones call.

Con la volatilidad derivada de la simulación de Montecarlo las respectivas valoraciones tienden a presentar variaciones más rápidas en las opciones call que en las put. Mientras que al usar la extensión al modelo de Duan (1995), se encuentra que la volatilidad según GARCH hace que el precio de las opciones put ante pequeñas variaciones del precio de ejercicio, cambie más rápido que el de las opciones call.

En relación a la comparación de los modelos desarrollados, propuesta para determinar cuál(es) es(son) el(los) mejor(es), basados en criterios de prudencia; resultó que, a 30 días el mejor modelo es la extensión de la propuesta de Duan(1995), a 60 días para las opciones call, el más eficiente es el que usa la volatilidad según la simulación de Montecarlo reescalada con la raíz H del tiempo independientemente del estado o nivel de moneyness, mientras que para las opciones put ITM y ATM es la extensión de la propuesta de

Duan(1995). En lo que refiere a las opciones put OTM el modelo más adecuado es aquel que usa la volatilidad implícita reescalada con la raíz cuadrada del tiempo.

A 90 días para las opciones call en OTM el uso de la volatilidad según el método de Montecarlo reescalada con la raíz H del tiempo es el más adecuado, y el mismo dato de la volatilidad reescalada con la raíz cuadrada del tiempo para las que se encuentran ATM. En las opciones call en ITM la propuesta más eficiente es la extensión al modelo de Duan (1995). En lo que refiere a las put para todos los niveles de moneyness la extensión al modelo de Duan (1995) presenta los mejores resultados. El uso de las representaciones de la volatilidad Implícita reescalada con la raíz H del tiempo y la desviación estándar reescalada tanto con la raíz cuadrada como la raíz H del tiempo, no arrojaron resultados satisfactorios.

Por lo anterior, una vez que se efectuaron cambios en el parámetro de volatilidad de los modelos propuestos por Fisher Black y Myron Scholes en 1973 y nuevamente por el primero en 1976, quienes asumían una volatilidad independiente y constante en el tiempo; en esta investigación retomando los planteamientos de Weatherall (2013), se volvió sobre los pasos de estos supuestos haciendo la evaluación con opciones en renta fija en el mercado colombiano con el fin de mejorarlos de maneras sencillas, luego la pregunta que surgió fue ¿Qué pasaría si se juega con estos supuestos?.

Al tratar de dar respuesta a este interrogante fue evidente que el modelo original adopta mayor efectividad variando el parámetro de volatilidad; evidencia de esto, fue el resultado obtenido donde se encontraron como significativas las representaciones de volatilidad Implícita y Montecarlo reescaladas con la raíz cuadrada del tiempo, y la representación según el método de Montecarlo reescalada con la raíz H del tiempo, estas asumen supuestos diferentes a los originales. En ese orden de ideas, al usar los supuestos originales

se incurre de modo general en sobrevaloraciones de las opciones call ITM y Put ATM y subvaloraciones en call ATM. Según lo anterior, los precios estimados usando volatilidad condicional permiten corregir los sesgos asociados a los modelos B&S y B-76, entre los que se destacan la extensión al modelo de Duan (1995), son una buena aproximación a los valores máximos que podría llegar a cobrar el mercado, teniendo en cuenta que según lo estudiado, los precios estimados no se alejan significativamente de los negociados en el mercado.

Finalmente, a pesar de los hallazgos en la eficiencia de las representaciones de volatilidad en los modelos de valoración de opciones europeas, que asumen distintos supuestos, se determina que estos no son cien por ciento aplicables en todos los mercados, no obstante, permiten disminuir la brecha entre la incertidumbre y lo medible. Independiente del modelo, todos demuestran el intento del ser humano por brindar una aproximación a un imaginario que surge de las distintas interacciones con los mercados, para ello puede valerse de otras ciencias o disciplinas, lo que demuestra la importancia de la interdisciplinariedad en su desarrollo. En consecuencia, es necesario volver al trabajo en conjunto entre disciplinas, o como bien lo dice Weatherall (2013), “es hora de volver a la propuesta de Weinstein para una nueva iniciativa de investigación interdisciplinaria a gran escala” para entender y lograr explicar desde diferentes miradas, en este caso, el fenómeno de la volatilidad. Dicho lo anterior, el ingeniero financiero debe recordar las raíces de su existencia, y esto empieza con el reconocimiento de que muchos de los modelos con que cuenta o los que intenta mejorar o modificar vienen de analogías hechas frente a problemas derivados de la necesidad del hombre por intentar explicar comportamientos naturales a partir de diferentes ciencias; al mismo tiempo, es importante que tenga en cuenta que su uso debe realizarse con sentido común y en consideración de sus limitaciones ya que, como se mostró, ningún modelo tiene la palabra final.

RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta los resultados de la presente investigación, sería interesante ampliar el tema con otras representaciones del imaginario de volatilidad, entre las que se puede considerar aquella ajustada a la volatilidad estocástica, la cual supone una medida alternativa a las técnicas de cuantificación más reconocidas. Cabe señalar que sería significativo, hacer extensión de los modelos para valorar opciones tipo americanas, ya que representan una buena alternativa de inversión.

Se debe agregar que, es importante realizar estudios de aplicación de las diferentes propuestas a los distintos mercados, ej. Renta fija, renta variable y divisas, y así finalmente determinar de manera general bajo qué condiciones son eficientes y cuales definitivamente no funcionan para el caso específico. Así mismo, en el efecto de aplicar el modelo B&S, es conveniente que se evalúe la posibilidad de realizar estimaciones sobre la tasa libre de riesgo que se asuma, con diferentes herramientas estadísticas, por lo que se recomienda ampliar este tema.

Por otra parte, al haber demostrado el fuerte componente interdisciplinar que está inmerso en las finanzas, en cuanto al desarrollo de modelos, es pertinente intentar abrir las perspectivas de la investigación, para desarrollar futuros trabajos de la mano con otras disciplinas para generar cada vez mejores intentos de representación.

Finalmente, hay que mencionar que, teniendo en cuenta la proporción de futuros sobre renta fija y resaltando que las opciones son un buen instrumento de cobertura, resultaría valioso en el mercado desarrollar opciones sobre este tipo de activos; lo que provocaría un

aumento en la cantidad de productos derivados ofrecidos en el mercado estandarizado y, se impulsaría así el mercado financiero en el país.

BIBLIOGRAFÍA

- Alegría, L. (1996). La Volatilidad: Modelización en la Valoración de Opciones y Estimadores. *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*, Vol. 2(Nº. 1), pág. 59-83.
- Alonso, F., & Albarracin, E. (Junio de 2013). *Creación de un Mercado de Opciones Estandarizadas en Colombia: Justificación y Propuesta de Implementación*. Informe de Investigación, Universidad EAN, Bogotá.
- Alonso, J., & Arcos, M. (Septiembre de 2006). Cuatro Hechos Estilizados de las series de rendimientos: una ilustración para Colombia. *22(100)*. Cali, Colombia: Scielo.
- Alonso, J., & Berggrun, L. (2008). *Introducción al análisis de riesgo financiero*. Cali: Universidad ICESI.
- Alvarado, E. (1961). El positivismo. Segundo Congreso Extraordinario Interamericano de Filosofía. Pag 365-368. Costa Rica.
- ASOBANCARIA. (Noviembre de 2009). Rol de la Auditoría Interna en la Gestión de Riesgos Empresariales en Entidades Bancarias. Bogotá.
- Asobancaria. (2013). *Activos libres de riesgo: un concepto en revisión*. Bogotá: Asobancaria.
- Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation. *17, Tercera*, 21-86. Annales scientifiques de l'É.N.S.
- Baenza, M. (2000). Los Caminos Invisibles De la Realidad Social. *Ensayo de Sociología Profunda Sobre los Imaginarios Sociales.*, pág. 7-10. Chile: Ril Editores.
- Bahi, C. (2007). Modelos de medición de la volatilidad en los mercados de valores: aplicación al mercado bursatil Argentino. (Nº. 21.933.789). Universidad Nacional de Cuyo. Facultad de Ciencias Económicas . Argentina.
- Basle Committee of Banking Supervision. (Julio de 1988). International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. Basilea, Suiza.
- Basle Committee on Banking Supervision. (Enero de 1996). Amendment to the Capital Accord to incorporate Market Risk. Basilea, Suiza.

- Beckers, S. (Junio de 1980). The Constant Elasticity of Variance Model and Its Implications For Option Pricing. *The Journal of Finance*, 35(3), 661-673.
- Betancourt, K., García, C., & Lozano, V. (2013). Teoría de Markowitz con metodología EWMA para la toma de decisión sobre cómo invertir su dinero. *Atlantic Review of Economics*, 1.
- BIS. (2013). *www.bis.org*. Recuperado el 18 de February de 2014, de www.bis.org/publ/rpfx13.htm
- Black, F. (1976). The Pricing of Commodity Contracts. *Journal of Financial Economics*(3), 167-179.
- Black, F., & Scholes, M. (May-Jun de 1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of Political Economy*, Vol. 81(Nº. 3), pp. 637-654.
- Bollerslev, T. (1986). *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. North-Holland: Journal of Econometrics. Vol. 31, pág. 307-327.
- Boness, A. (April de 1964). Elements of a Theory of Stock-Option Value. Vol. 72(Nº. 2), 163-175. *Journal of Political Economy*.
- Boyle, P., Glasserman, P., & Broadie, M. (1997). Monte Carlo methods for security pricing. *Elsevier Science* , 1267-1321.
- Brown, R. (1828). A Brief Account of Microscopical Observations Made in the Months of June, July, August, 1827, on the particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of active molecules in organic and inorganic bodies.
- BVC. (Octubre de 2012). Mercado de Renta Fija Colombiano Evolución y Diagnóstico. *Estudios Técnicos BVC*(003).
- BVC. (2014). Guía del mercado de valores. Recuperado el 21 de Marzo de 2014 de <http://www.valoresbancolombia.com>
- Cañas, N. (2006). Perspectivas del Mercado de Derivados en Colombia, Retraso derivado del desconocimiento. *AD-MINISTER Universidad EAFIT*(Nº. 9).
- Chanona, M., & De León, G. (2006). Implementación de técnicas actuariales para la tarificación del riesgo de crédito hipotecario. Universidad de las Américas Puebla. Cholula, Puebla, México.
- CNMV. (Octubre de 2006). Guía Informativa: Qué debe saber de los productos de renta fija. *Ed. 5*. España.

- CORTAL CONSORS BNP PARIBAS. (s.f.). ¿Qué es la volatilidad?
- Cox, J., & Ross, S. (1976). The valuation of options for alternative stochastic processes. *Journal of Financial Economics*(Nº. 3), pág. 145-166.
- Domínguez, J. M. (s.f.). El riesgo de mercado su medición y control. Delta publicaciones.
- Duan, J. (January de 1995). The GARCH Option Pricing Model. *Vol. 5(Nº. 1)*, pág. 13-32. *Mathematical Finance*.
- Eckhardt, R. (1987). STAN ULAM, JOHN VON NEUMANN, and the MONTE CARLO METHOD. (*Número especial*). Los Alamos Science.
- Einstein, A. (1905). On the movement of small particles suspended instacionary required by the molecular-kinetic theory of heat. pág. 549-560. *Annalen der Physik*.
- Engle, R. (July de 1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Vol. 50(Nº. 4)*, pág. 987-1007. *Econometrica*.
- Enríquez, R. (s.f.). *Programa en matlab para el calculo del exponente de Hurst y dimensión fractal de series de tiempo*. Recuperado el 02 de Febrero de 2014, de Centro de Geociencias, UNAM: <http://www.geociencias.unam.mx/~bole/eboletin/progHurstyD1108.pdf>
- Espinosa M. (2007). Memoria de largo plazo y efecto reset en retornos accionarios latinoamericanos. *Estudios de administración*, 14(1), 47-70.
- Fama, E. (Jan de 1965). The Behavior of Stock-Market Prices. *Vol. 38(Nº. 1)*, pág. 32-105. *The Journal of Business*.
- Feria, J. (2005). El Riesgo de Mercado: su medición y control. Delta publicaciones.
- Fernández, D. (octubre-diciembre de 2002). Medidas de Volatilidad. *Vol. 31(Nº. 114)*. España.
- Garay, L. (1990). El Dinero en Modelos de Equilibrio General. Sobre la no-neutralidad del dinero, una nota introductoria. (Nº 14), Pág 7-21. Bogotá: Cuadernos de Economía.
- Gil, M., & Ochoa, C. (2008). Modelación de la Volatilidad de los Precios de la Energía Eléctrica en Colombia. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*. Recuperado el 16 de Febrero de 2014

- Greene, M. T., & Flielitz, B. D. (October de 1979). The effect of long Dependence on Risk Return Models of Common Stocks. 27(5).
- Hall, S. (1997). *Representation: Cultural Representations and Signifying Practices*. London, Sage Publications, 1997. Cap. 1, pp. 13-74. Traducido por Elías Sevilla Casas
- Haro, A. (2002). *Medición y control de riesgos financieros* (2 ed.). México: LIMUSA S.A. DE C.V.
- Haug, E., & Taleb, N. (2010). *papers.ssrn.com/*. Recuperado el 18 de February de 2014, de http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1012075
- Herrera, L., & Cárdenas, D. (2013). Modelos de Valoración de Opciones sobre Títulos de Renta Fija: Aplicación al Mercado Colombiano. 29, 77-85. Elsevier Doyma.
- Heston, S. (1993). A Closed-Form Solution for Options With Stochastic Volatility With Applications to Bond and Currency Options. Vol. 6(Nº.2), 327-343. The Review of Financial Studies .
- Hull, J. (2009). Introducción a los Mercados de futuros y opciones. Ed. 6. (M. Carrión, Trad.) México: Pearson Education.
- Hull, J., & White, A. (January de 1987). The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. Vol. 42(Nº. 2), pág. 281-300. The Journal of Finance.
- Hurst, H. (1956). The problem of long-term storage in reservoirs. pág. 13-27. International Association of Scientific Hydrology.
- J.P.Morgan/Reuters. (17 de Diciembre de 1996). RiskMetrics: Tecnical Document. Ed. 4. New York.
- Jorion, P. (2007). Financial Risk Manager Handbook. New Jersey: Jhon Wiley & Sons, Inc, Estados Unidos: GARP.
- Jorion, P. (2007). Valor en Riesgo: El nuevo paradigma para el control de riesgos con derivados. Pág. 328. (J. Herrera, Trad.) México: Limusa.
- Kendal, M., & Hill, B. (1953). The Analysis of Economic Time-Series-Part I: Prices. Vol. 116(Nº. 1), Series A (General), pág. 11-34. Journal of the Royal Statistical Society.
- Lamothe, P., & Pérez, M. (2003). Opciones Financieras y Productos Estructurados. Ed. 2. Madrid, España: McGraw Hill.

- León, C. (2009). Una aproximación a la superficie de volatilidad en el mercado colombiano a través del modelo de difusión con saltos. *Borradores de Economía*(N°. 570). Bogotá, Colombia: Banco de la República.
- León, C., & Vivas, F. (2010). Dependencia de largo plazo y la regla de la raíz del tiempo para escalar la volatilidad en el mercado colombiano. *Borradores de economía*(N°. 603). Bogotá, Colombia: Banco de la República.
- Lo, A. (September de 1991). Long-Term memory in stock market prices. *Econometrica*, Vol.59(N°.5), pág.1279-1313.
- Lorenzo, R. (1995). Valoración de Opciones: una Contrastación del Modelo de Difusión con Saltos de Merton.
- Lucas, R. (1972). Expectations and the Neutrality of Money. *Journal of Economy Theory* (N°. 4), pág.103-124.
- Macaulay, F. (1938). Some Theoretical Problems Suggested by the Movements. Vol.625. National Bureau of Economic Research.
- Malevergne, Y., & Sornette, D. (2006). *Extreme Financial Risk: From Dependence to Risk Management*. The Netherlands: Springer.
- Mandelbrot, B., & Wallis, R. (October de 1968). Noah, Joseph, and Operational Hydrology. *Water Resorces Research*, Vol.4(N°.5).
- Mandelbrot, B. (October de 1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business*, Vol. 36(N°. 4), pág. 394-419.
- Mandelbrot, B. (May de 1967). How Long is The Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension. *Science, New Series*, Vol. 156(N°. 3775), pág. 636-638.
- Mandelbrot, B., & Hudson, R. (2006). *The (Mis) Behavior of Markets. A Fractal View of Risk, Ruin and Reward*. Tusquets.
- Mandelbrot, B., & Wallis, J. (1969). Computer experiments with fractional Gaussian noises. (Partes a,b y c). *Water Resources Research*, 5.
- Markowitz, H. (Marzo de 1952). Portfolio Selection. Vol. 7(N°. 1), pág. 77-91. *The Journal of Finance*.

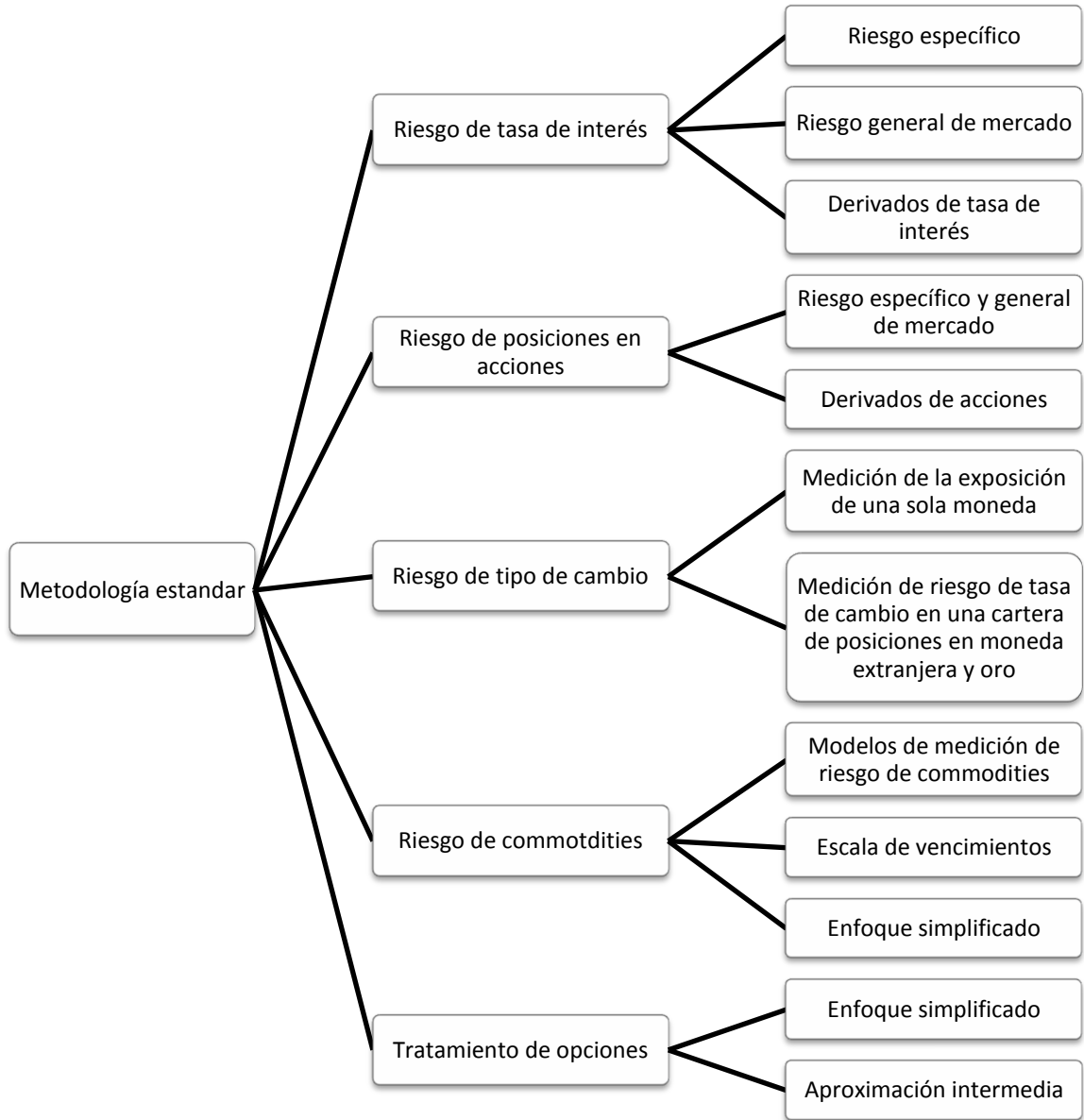
- Martínez, N., & Calderón, J. (2003). Un análisis de la regulación prudencial en el caso colombiano y propuestas para reducir sus efectos procíclicos. *CEPAL- SERIE Financiamiento del desarrollo* (N° 126).
- Mascareñas, J. (2013). *Introducción a los Mercados Financieros*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Matinéz, N., & Calderón, J.(Febrero de 2003). Un análisis de la regulación prudencial en el caso colombiano y propuestas para reducir sus efectos procíclicos. (N°.126). (C. S. Desarrollo, Ed.) Santiago de Chile, Chile.
- Merton, R. (1976). Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous. *Journal of Financial Economics*(N°. 3), pág. 125-144. Massachusetts Institute of Technology.
- Mills, F. (1927). *The Behavior of Prices*. (N. B. Research, Ed.)
- Mishkin, F. S. (2007). *The economics of money, banking and financial markets* (Ed. 8). Boston: Pearson Education, Inc.
- Mora, A., Garrido, J., Hernandez, L., Suárez, M., Martínez, M., & García, R. (Octubre de 2006). *Administración de riesgos y decisiones de inversión financieras*. México.
- Mora, G. P. (2006). Volatilidad EWMA Vs. Volatilidad Histórica, una prueba empírica sobre la validez de modelos de pronóstico de volatilidad de las tasas de captación a corto plazo en Colombia. Bogotá, Colombia: Pontificia Universidad Javeriana Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas .
- Novoa, J. (Julio de 2008). Smile de Volatilidad como Criterio Predictor de Futuros Movimientos del Subyacente en Opciones de Moneda: Revisión del caso Chileno y Japonés.
- Ortíz, A., Sánchez, A., & Venegas, F. (2011). Un modelo GARCH de valuación de derivados: una aplicación a opciones europeas sobre el IPC. *Vol. 26(N°.62)*. Análisis Económico.
- Ortiz, A., Venegas, F., & López, F. (s.f.). Una nota sobre la sensibilidad de los parámetros del modelo de volatilidad estocástica de Heston. *Quantitativa Revista de Economía*, *Vol. 1(N°. 1)*, pág. 81-104.
- Osborne. (Marzo-Abril de 1959). *Brownian Motion in the Stock Market*. Washington: Operations Research.

- Ospina, J. (2009). Estimación de un Modelo de Difusión con Saltos con Distribución de Error Generalizada Asimétrica usando Algoritmos Evolutivos. Universidad Nacional de Colombia.
- Palazzo, R. (2000). Análisis de volatilidad implícita. Argentina.
- Peters, E. E. (July de 1989). Fractal Structure in the Capital Markets. *financial Analysis Journal*, pág. 32-37.
- Rendón, S., & Morales Castro, A. (2012). Memoria de largo plazo en el índice S&P500: un enfoque fractal aplicando el coeficiente de Hurst con el método R/S. México.
- Ruiz, G., Jiménez, J., & Torres, J. (2000). *La gestión del riesgo financiero*. Madrid: Ediciones Pirámide.
- Samuelson, P. (1965). Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly. *Vol. 6(Nº. 2)*. Industrial Management Review.
- Samuelson, P. (1965). Rational Theory of Warrant Pricing. *Vol. 6(Nº. 2)*, pág. 13-39. Industrial Management Review.
- Sarmiento, R., & Vélez, R., (2007). Teoría del riesgo en mercados financieros: una visión teórica. Cuadernos Latinoamericanos de Administración - Vol. II No. 4 - Enero Junio de 2007.
- SFC. (27 de Septiembre de 2001). Circular externa 042 de 2001.
- SFC. (Enero de 2007). Capítulo XXI: Reglas aplicables a la gestión de los riesgos de mercado. Colombia.
- SFC. (Enero de 2007). Capítulo XVIII: Reglas aplicables a la gestión de los riesgos de mercado. Colombia.
- SFC. (4 de Febrero de 2014). www.superfinanciera.gov.co. Recuperado el 4 de Marzo de 2014, de <https://www.superfinanciera.gov.co/jsp/loader.jsf?lServicio=Publicaciones&lTipo=publicaciones&lFuncion=loadContenidoPublicacion&id=15466>
- Sharpe, W. (Septiembre de 1964). Capital Asset Prices: a Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Vol. 19(Nº. 3)*. The Journal of Finance.

- Sierra, G. (2012). Relación de procesos de persistencia estimados a través de los coeficientes de Hurst y volatilidad implícita en el mercado mexicano. Santiago de Compostela, España.
- Superintendencia Bancaria de Colombia. (27 de Septiembre de 2001). Circular externa 042 de 2001.
- SuPen. (Agosto de 2005). Valor en Riesgo: el Método de Simulación Histórica. *Norma Técnica N°200-01*. Costa Rica.
- Tagliafichi, R. (2008). La volatilidad, su cálculo y su incidencia en los precios de los derivados. *Palermo Business Review*(N°. 2).
- Valderrama, Á., Martínez, A., González, C., & Ramírez, N. (Octubre de 2012). Mercado de Renta Fija Colombiano, Evolución y Diagnóstico. Bogotá, Colombia.
- Vilariño, A., Pérez, J., & García, F. (2008). *DERIVADOS, Valor Razonable, Riesgos y Contabilidad Tería y Casos prácticos*. Bogotá D.C: Pearson Prentice Hall.
- Vrugt, E. (April de 2009). <http://www.evertvrugt.com/>. Recuperado el 16 de February de 2014, de <http://www.evertvrugt.com/downloads/The-Return-Volatility-and-Interaction-of-Stock-and-Bond-Markets-around-Macroeconomic-Announcements.pdf>
- Weatherall, J. (2013). *The physics of Wall Street: A brief history of predicting the unpredictable*. New York: Houghton Mifflin Harcourt.
- Wiener, N. (1923). Differential Space. *Journal of Mathematics and Physics*(N°. 2).
- Wilmott, P. (2009). *Frequently Asked Questions in Quantitative Finance* (2 ed.). John Wiley & Sons Ltda.
- Zorrilla Salgador, J.P.: "La administración de riesgos financieros en las Pymes de exportación" en Contribuciones a la Economía, noviembre 2003 en <http://www.eumed.net/ce/>

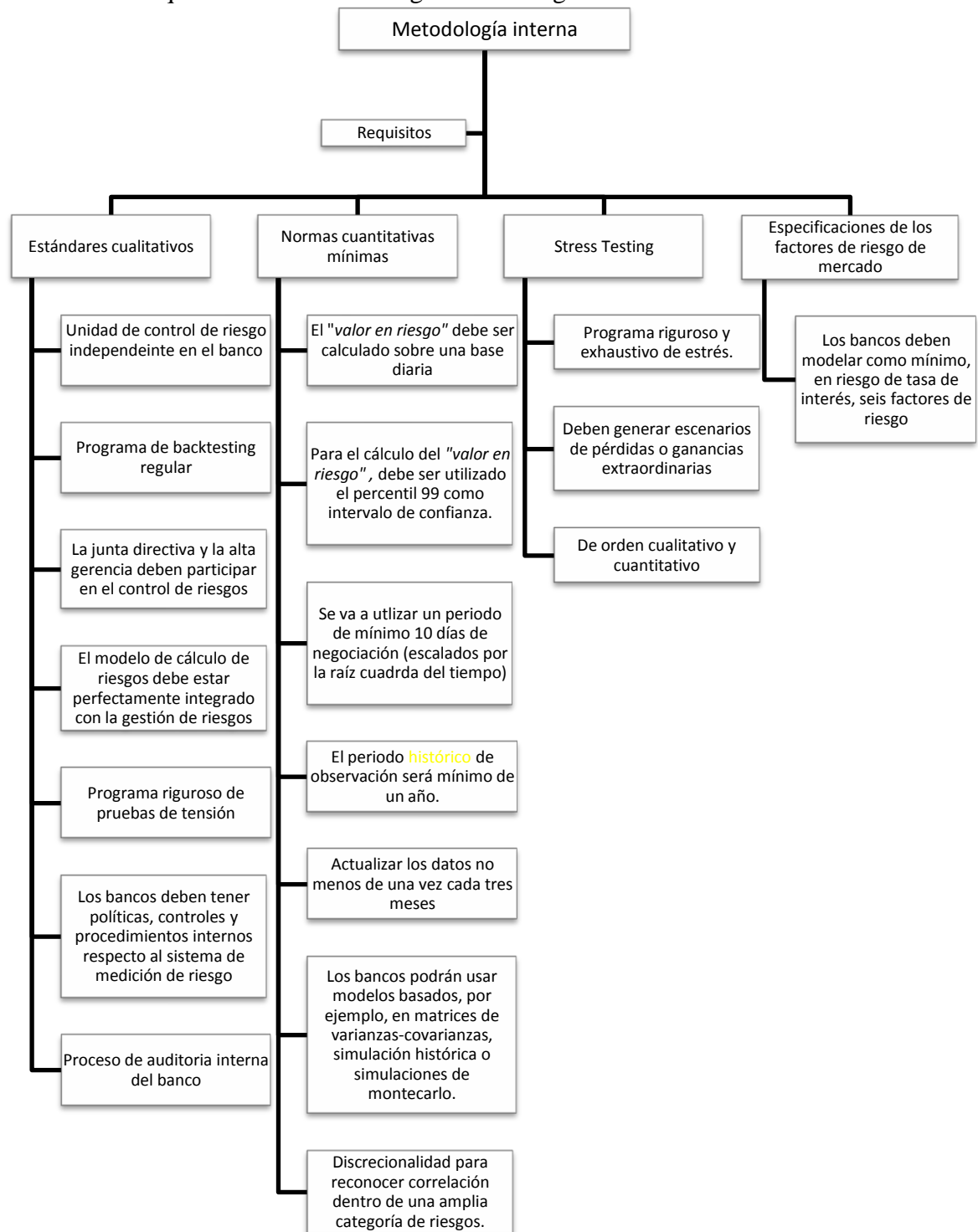
ANEXOS

ANEXO 1: Metodología interna según Basilea



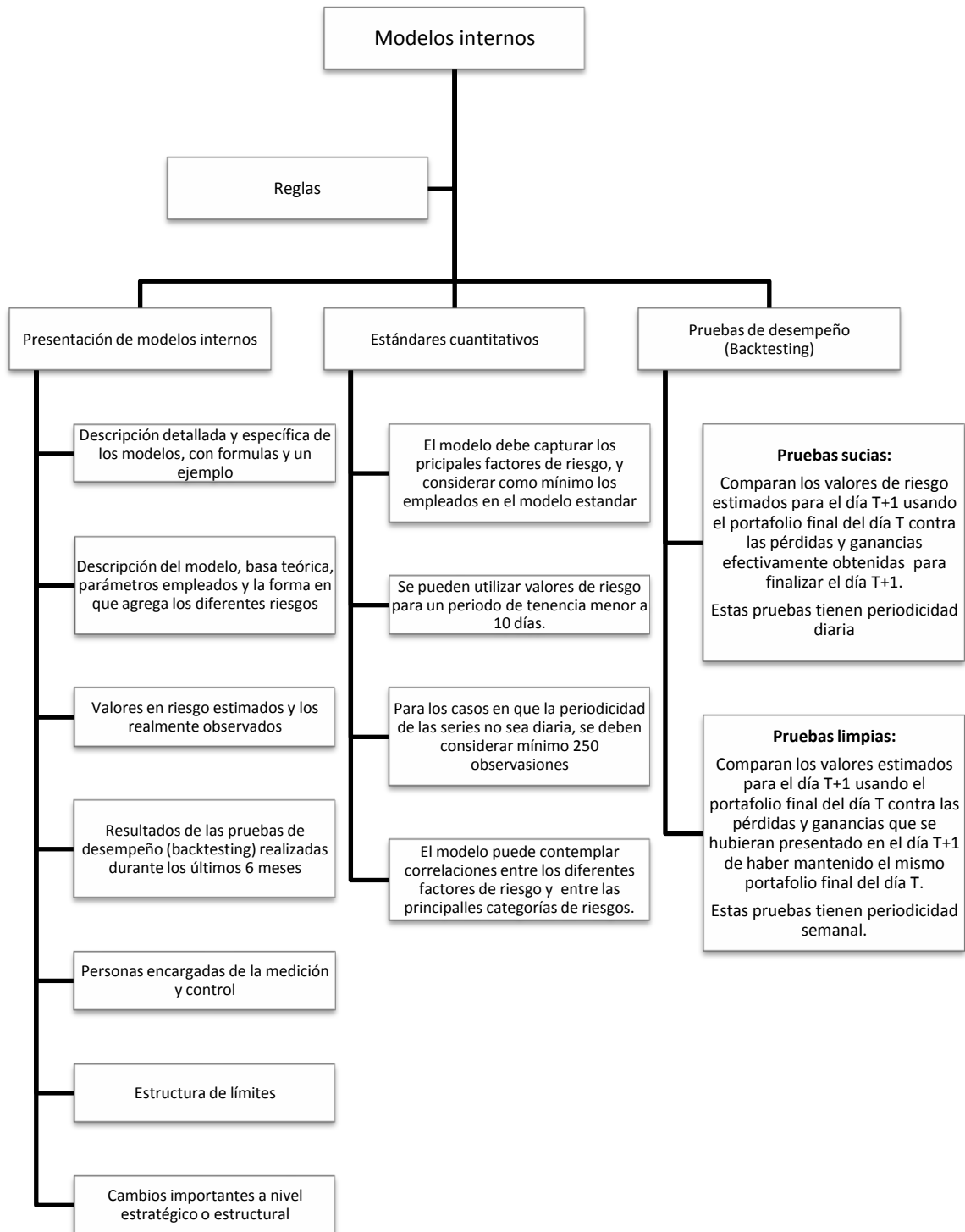
Fuente: (Basle Committee on Banking Supervision, 1996), elaboración propia

ANEXO 2: Requisitos de la metodología interna según Basilea



Fuente: (Basle Committee on Banking Supervision, 1996), elaboración propia.

ANEXO 3: Reglas para metodología interna de la SFC



Fuente: (SFC, 2007), elaboración propia.

ANEXO 4: Código para el cálculo del exponente de Hurst⁵⁰

```
clear all
close all
load serie.mat
s = rendimiento;
N = length(s);
f1=figure;
t= 1:N;
T = (4*t/N)+2009; %parte cada dato en un día durante los 4 años de la serie
plot(T,s,'r') %grafica la serie contra el tiempo
xlabel('FECHA','FontSize',12)
ylabel('TASA','FontSize',12)
for i = 1:19; %repite el ciclo hasta que acabe con las particiones
    n = floor(N/(2*i)); %parte la serie hasta 20 tamaños distintos, y toma la parte entera hacia
    la izquierda
    for j=1:i; %repite el ciclo por cada partición, dividiendo la serie de forma tal que toma el
    tamaño de n
        k = s(1+(j-1)*n:j*n); %forma un vector con la serie s y la divide de acuerdo a los tamaños
        de n
        M = mean(k); %calcula la media por cada segmento
        d = (k-M); %calcula la desviación por cada dato dentro de del segmento
        V = cumsum(d); %calcula la suma acumulada de las desviaciones
        R(j)= max(V)-min(V); %calcula el rango por cada segmento
        S(j) = std(k); %desviación estándar por cada segmento
    end
    tau(i) = n;
    RS(i) = mean(R./S); % saca el promedio de rangos que se generaron por los segmentos
end
f2=figure;
plot(log10(tau),log10(RS),'+')
xlabel('log(\tau)','FontSize',12)
ylabel('log(R/S)','FontSize',12)
hold on % Mantiene en la ventana gráfica los dibujos anteriores
q = polyfit(log10(tau),log10(RS),1);
t = 1.5:.01:3;
y = q(1)*t+(q(2));
plot(t,y,'r','LineWidth',2)
text(2.5,1.5,['y = ' num2str(q(1)), ' x ' num2str(q(2))],'FontSize',12)
hold off
```

⁵⁰ Para el desarrollo de este código, se partió del modelo de Enríquez que se encuentra en el siguiente enlace <http://www.geociencias.unam.mx/~bole/eboletin/progHurstyD1108.pdf>

ANEXO 5. Código para el cálculo de la sexta hipótesis nula para la validación del exponente Hurst

```
clear all
close all
load serie.mat
s = rendimiento;
    N = length(s);
    t= 1:N;
Z=0;
for C=1:5000;
    clear p
    clear m
    clear r
    clear M
    clear x
    clear V
    clear R
    clear S
    clear tau
    clear RS
    clear q
    for X=1:1000; %Baraja la serie 1000 veces antes de cada simulación
        p = s(randperm(length(s)));
    end
    for i = 1:20; %repite el ciclo hasta que acabe con las particiones
        m = floor(N/(2*i)); %parte la serie hasta 20 tamaños distintos, y toma la parte entera
        for j=1:i; %repite el ciclo por cada partición, dividiendo la serie de forma tal que toma el
tamaño de m
            r = p(1+(j-1)*m:j*m); %forma un vector con la serie s y la divide de acuerdo a los
tamaños de m
            M = mean(r); %calcula la media por cada segmento
            x = (r-M); %calcula la desviación por cada dato dentro de del segmento
            V = cumsum(x); %calcula la suma acumulada de las desviaciones
            R(j)= max(V)-min(V); %calcula el rango por cada segmento
            S(j) = std(r); %desviación estándar por cada segmento
        end
        tau(i) = m;
        RS(i) = mean(R./S); % saca el promedio de rangos que se generaron por los segmentos
    end
    q = polyfit(log10(tau),log10(RS),1); %hace la regresión lineal
    y(C) =q(1); %almacena el valor del exponente producto de la regresión
    Z=Z+y(C); %realiza la sumatoria acumulada del exponente
end
total = Z/C %saca el H esperado
```

ANEXO 6. Correlograma y prueba de Dickey Fuller en serie de tasas diarias

Sample: 3/20/2009 12/30/2013
Included observations: 1141

Null Hypothesis: TASA has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=22)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	t-Statistic	Prob.*	
		1	0.996	0.996	1135.8	0.000		
		2	0.993	0.018	2264.7	0.000		
		3	0.990	0.012	3387.0	0.000		
		4	0.986	-0.076	4501.4	0.000		
		5	0.982	0.030	5608.5	0.000		
		6	0.978	-0.034	6708.0	0.000		
		7	0.974	-0.026	7799.2	0.000		
		8	0.970	0.006	8882.5	0.000		
		9	0.966	-0.012	9957.7	0.000		
		10	0.962	-0.025	11024.0	0.000		
		11	0.958	0.013	12083.0	0.000		
		12	0.953	-0.036	13132.0	0.000		
		13	0.949	0.006	14174.0	0.000		
		14	0.945	0.045	15207.0	0.000		
		15	0.941	-0.036	16232.0	0.000		
		16	0.936	0.009	17248.0	0.000		
		17	0.932	-0.021	18257.0	0.000		
		18	0.928	-0.000	19257.0	0.000		
		19	0.924	0.010	20248.0	0.000		
		20	0.920	0.017	21232.0	0.000		
		21	0.916	0.001	22208.0	0.000		
		22	0.911	0.001	23176.0	0.000		
		23	0.908	0.006	24137.0	0.000		
		24	0.903	-0.036	25090.0	0.000		
		25	0.899	0.025	26035.0	0.000		
		26	0.896	0.032	26973.0	0.000		
		27	0.892	0.001	27904.0	0.000		
		28	0.888	0.007	28828.0	0.000		
		29	0.884	-0.022	29745.0	0.000		
		30	0.881	0.037	30656.0	0.000		
		31	0.877	-0.007	31560.0	0.000		
		32	0.874	0.065	32459.0	0.000		
		33	0.871	-0.014	33352.0	0.000		
		34	0.868	0.015	34240.0	0.000		
						Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.714193	0.4238
						Test critical values:	1% level	-3.435876
							5% level	-2.863868
							10% level	-2.568060
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.								
Augmented Dickey-Fuller Test Equation								
Dependent Variable: D(TASA)								
Method: Least Squares								
Date: 03/18/14 Time: 10:45								
Sample (adjusted): 3/25/2009 12/30/2013								
Included observations: 1139 after adjustments								
	Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.			
	TASA(-1)	-0.003445	0.002010	-1.714193	0.0868			
	D(TASA(-1))	-0.089499	0.029414	-3.042780	0.0024			
	C	0.000232	0.000153	1.513679	0.1304			
	R-squared	0.010809	Mean dependent var	-2.52E-05				
	Adjusted R-squared	0.009067	S.D. dependent var	0.000824				
	S.E. of regression	0.000820	Akaike info criterion	-11.37106				
	Sum squared resid	0.000764	Schwarz criterion	-11.35779				
	Log likelihood	6478.820	Hannan-Quinn criter.	-11.36605				
	F-statistic	6.206485	Durbin-Watson stat	2.012548				
	Prob(F-statistic)	0.002085						

Fuente: Cálculos Propios

ANEXO 7. Valoración del TES por Local Valuation

FECHA DE CUPON	TIEMPO	FLUJO	DESCUENTO	VALOR DE MERCADO
24/07/2014	206	10,00	0,9635	9,64
24/07/2015	571	10,00	0,9021	9,02
24/07/2016	937	10,00	0,8445	8,45
24/07/2017	1302	10,00	0,7907	7,91
24/07/2018	1667	10,00	0,7403	7,40
24/07/2019	2032	10,00	0,6931	6,93
24/07/2020	2398	10,00	0,6489	6,49
24/07/2021	2763	10,00	0,6075	6,08
24/07/2022	3128	10,00	0,5688	5,69
24/07/2023	3493	10,00	0,5326	5,33
24/07/2024	3859	110,00	0,4986	54,84
TOTAL				127,76

Fuente: Cálculos propios.

ANEXO 8. Correlograma de residuos al cuadrado y prueba efecto ARCH serie de rendimientos

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.032	0.032	1.1540		
2	-0.006	-0.007	1.1937		
3	-0.028	-0.028	2.0766		
4	0.001	0.003	2.0781		
5	-0.020	-0.020	2.5130		
6	-0.023	-0.023	3.1235		
7	-0.002	-0.001	3.1280		
8	0.035	0.034	4.4772		
9	-0.008	-0.012	4.5567		
10	0.004	0.005	4.5789		
11	-0.003	-0.003	4.5918		
12	0.003	0.002	4.6043		
13	-0.012	-0.011	4.7619		
14	0.010	0.012	4.8723		
15	0.010	0.009	4.9772		
16	-0.007	-0.009	5.0316	0.025	
17	0.008	0.010	5.1025	0.078	
18	-0.046	-0.047	7.4873	0.058	
19	-0.003	-0.000	7.4971	0.112	
20	-0.015	-0.014	7.7471	0.171	
21	0.009	0.008	7.8322	0.251	
22	-0.017	-0.019	8.1510	0.319	
23	0.042	0.041	10.155	0.254	
24	0.034	0.030	11.484	0.244	
25	0.033	0.029	12.747	0.238	
26	0.006	0.010	12.794	0.307	
27	0.014	0.014	13.002	0.369	
28	-0.005	-0.001	13.026	0.446	
29	0.047	0.050	15.576	0.340	
30	-0.025	-0.023	16.315	0.361	
31	0.014	0.014	16.543	0.416	
32	-0.024	-0.023	17.221	0.439	
33	-0.021	-0.022	17.746	0.473	
34	0.059	0.063	21.672	0.301	
35	0.026	0.024	22.112	0.292	

F-statistic	31.04997	Prob. F(1,1137)	0.0000
Obs*R-squared	30.27775	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

Test Equation:
 Dependent Variable: RESID^2
 Method: Least Squares
 Date: 04/18/14 Time: 13:23
 Sample (adjusted): 3/25/2009 12/30/2013
 Included observations: 1139 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.68E-07	5.12E-08	11.08486	0.0000
RESID^2(-1)	0.162443	0.029152	5.572250	0.0000

R-squared	0.026583	Mean dependent var	6.79E-07
Adjusted R-squared	0.025727	S.D. dependent var	1.61E-06
S.E. of regression	1.59E-06	Akaike info criterion	-23.86157
Sum squared resid	2.88E-09	Schwarz criterion	-23.85272
Log likelihood	13591.16	Hannan-Quinn criter.	-23.85823
F-statistic	31.04997	Durbin-Watson stat	2.038144
Prob(F-statistic)	0.000000		

Fuente: Cálculos Propios

ANEXO 9. Resumen valoración de opciones con volatilidad implícita usando raíz cuadrada del tiempo

PRECIOS DE EJERCICIO			VOLATILIDAD IMPLICITA			PRECIOS DE LAS OPCIONES BROWN					
K(T=30)	K(T=60)	K(T=90)	$\sigma(T=30)$	$\sigma(T=60)$	$\sigma(T=90)$	CALL (T=30)	PUT (T=30)	CALL (T=60)	PUT (T=60)	CALL (T=90)	PUT (T=90)
118.73	120.49	121.77	0.06	0.05	0.05	9.09	0.00	7.53	0.00	7.18	0.00
132.20	129.07	126.77	0.09	0.04	0.09	0.11	4.49	0.23	1.26	3.14	0.92
128.04	131.20	131.65	0.11	0.07	0.04	1.46	1.68	0.23	3.38	0.00	1.53
131.90	134.32	133.30	0.10	0.06	0.04	0.23	4.31	0.00	6.26	0.00	3.27
124.21	125.65	105.02	0.06	0.05	0.05	3.66	0.05	2.54	0.16	23.77	0.00
119.36	120.30	121.70	0.06	0.05	0.05	8.46	0.00	7.73	0.00	7.26	0.00
130.24	124.29	124.51	0.10	0.05	0.05	0.50	2.92	3.79	0.04	4.50	0.03
123.85	128.02	130.18	0.06	0.17	0.02	4.01	0.03	3.55	3.53	0.00	0.09
111.64	97.23	96.46	0.06	0.05	0.05	16.18	0.00	30.74	0.00	32.24	0.00
130.18	107.60	107.08	0.10	0.05	0.05	0.52	2.87	20.40	0.00	21.72	0.00
129.58	132.62	116.46	0.08	0.06	0.05	0.45	2.21	0.02	4.59	12.44	0.00
117.53	122.27	122.75	0.06	0.05	0.05	10.29	0.00	5.76	0.00	6.21	0.00
129.72	131.11	132.31	0.08	0.07	0.04	0.42	2.31	0.25	3.31	0.00	2.15
126.64	124.95	123.66	0.09	0.05	0.05	1.90	0.72	3.16	0.08	5.32	0.01
110.16	107.63	108.37	0.06	0.05	0.05	17.65	0.00	20.37	0.00	20.45	0.00
127.86	107.97	92.52	0.11	0.05	0.05	1.55	1.58	20.03	0.00	36.14	0.00
107.98	104.63	99.40	0.06	0.05	0.05	19.83	0.00	23.36	0.00	29.33	0.00
127.95	134.70	138.00	0.11	0.06	0.04	1.50	1.63	0.00	6.64	0.00	8.84
130.06	129.70	118.58	0.10	0.04	0.05	0.55	2.78	0.07	1.73	10.34	0.00
133.04	132.86	129.76	0.09	0.06	0.02	0.06	5.28	0.01	4.82	0.00	0.04
113.53	109.14	111.30	0.06	0.05	0.05	14.29	0.00	18.86	0.00	17.55	0.00
126.94	128.37	129.24	0.09	0.17	0.21	1.71	0.83	3.38	3.71	5.05	5.26
130.06	127.51	131.93	0.10	0.05	0.04	0.55	2.79	1.11	0.58	0.00	1.77
126.70	128.57	133.91	0.09	0.17	0.04	1.86	0.74	3.29	3.82	0.00	4.03
130.19	110.50	109.52	0.10	0.05	0.05	0.51	2.88	17.50	0.00	19.31	0.00
132.43	115.55	116.27	0.09	0.05	0.05	0.10	4.70	12.46	0.00	12.63	0.00
128.53	106.35	87.99	0.11	0.05	0.05	1.24	1.95	21.64	0.00	40.63	0.00
129.49	103.73	84.67	0.08	0.05	0.05	0.48	2.15	24.26	0.00	43.92	0.00
113.31	114.41	117.01	0.06	0.05	0.05	14.50	0.00	13.60	0.00	11.89	0.00
118.56	97.86	100.74	0.06	0.05	0.05	9.25	0.00	30.12	0.00	28.00	0.00
83.60	66.23	67.38	0.06	0.05	0.05	44.20	0.00	61.67	0.00	61.04	0.00
127.48	130.17	134.94	0.04	0.06	0.04	0.72	0.38	0.35	2.47	0.00	5.33
129.24	127.42	108.71	0.08	0.07	0.05	0.55	1.97	1.66	1.04	20.11	0.00
127.56	128.03	131.25	0.04	0.17	0.04	0.68	0.41	3.55	3.54	0.00	1.21
113.64	115.88	115.71	0.06	0.05	0.05	14.18	0.00	12.13	0.00	13.18	0.00
90.14	83.58	78.26	0.06	0.05	0.05	37.66	0.00	44.36	0.00	50.27	0.00
128.41	126.63	128.96	0.11	0.07	0.21	1.29	1.88	2.15	0.74	5.18	5.12
130.02	128.70	116.64	0.10	0.04	0.05	0.56	2.75	0.35	1.01	12.26	0.00
123.99	121.37	112.16	0.06	0.05	0.05	3.87	0.04	6.65	0.00	16.70	0.00
130.28	135.28	117.37	0.10	0.06	0.05	0.49	2.95	0.00	7.22	11.54	0.00
110.65	111.77	102.28	0.06	0.05	0.05	17.16	0.00	16.23	0.00	26.48	0.00
132.76	136.36	114.18	0.09	0.06	0.05	0.08	5.01	0.00	8.30	14.70	0.00
128.34	118.78	123.09	0.11	0.05	0.05	1.32	1.84	9.24	0.00	5.88	0.01
122.38	117.99	119.80	0.06	0.05	0.05	5.45	0.00	10.03	0.00	9.13	0.00
114.92	119.27	122.47	0.06	0.05	0.05	12.90	0.00	8.76	0.00	6.50	0.00
127.27	116.46	119.29	0.09	0.05	0.05	1.52	0.97	11.56	0.00	9.64	0.00
109.92	105.58	75.99	0.06	0.05	0.05	17.89	0.00	22.41	0.00	52.51	0.00
106.05	99.03	100.88	0.06	0.05	0.05	21.77	0.00	28.95	0.00	27.87	0.00
104.96	107.93	109.61	0.06	0.05	0.05	22.85	0.00	20.07	0.00	19.22	0.00
128.98	123.91	126.71	0.08	0.05	0.09	0.63	1.79	4.15	0.03	3.19	0.90

ANEXO 10. Resumen valoración de opciones con volatilidad implícita usando raíz Hurst del tiempo

PRECIOS DE EJERCICIO			VOLATILIDAD IMPLICITA			PRECIOS DE LAS OPCIONES HURST					
K(T=30)	K(T=60)	K(T=90)	$\sigma(T=30)$	$\sigma(T=60)$	$\sigma(T=90)$	CALL (T=30)	PUT (T=30)	CALL (T=60)	PUT (T=60)	CALL (T=90)	PUT (T=90)
118.73	120.49	121.77	0.06	0.05	0.05	9.09	0.00	7.53	0.00	7.18	0.00
132.20	129.07	126.77	0.09	0.04	0.09	0.23	4.61	0.33	1.36	3.16	0.93
128.04	131.20	131.65	0.11	0.07	0.04	1.79	2.01	0.44	3.60	0.00	1.53
131.90	134.32	133.30	0.10	0.06	0.04	0.42	4.50	0.05	6.32	0.00	3.40
124.21	125.65	105.02	0.06	0.05	0.05	3.66	0.04	2.53	0.15	23.77	0.00
119.36	120.30	121.70	0.06	0.05	0.05	8.46	0.00	7.73	0.00	7.25	0.00
130.24	124.29	124.51	0.10	0.05	0.05	0.78	3.19	3.78	0.03	4.49	0.01
123.85	128.02	130.18	0.06	0.17	0.02	4.00	0.03	4.07	4.06	0.00	0.06
111.64	97.23	96.46	0.06	0.05	0.05	16.18	0.00	30.74	0.00	32.24	0.00
130.18	107.60	107.08	0.10	0.05	0.05	0.80	3.15	20.40	0.00	21.72	0.00
129.58	132.62	116.46	0.08	0.06	0.05	0.70	2.45	0.15	4.73	12.44	0.00
117.53	122.27	122.75	0.06	0.05	0.05	10.29	0.00	5.76	0.00	6.21	0.00
129.72	131.11	132.31	0.08	0.07	0.04	0.66	2.55	0.46	3.52	0.00	2.20
126.64	124.95	123.66	0.09	0.05	0.05	2.07	0.89	3.15	0.07	5.31	0.01
110.16	107.63	108.37	0.06	0.05	0.05	17.65	0.00	20.37	0.00	20.45	0.00
127.86	107.97	92.52	0.11	0.05	0.05	1.88	1.91	20.03	0.00	36.14	0.00
107.98	104.63	99.40	0.06	0.05	0.05	19.83	0.00	23.36	0.00	29.33	0.00
127.95	134.70	138.00	0.11	0.06	0.04	1.83	1.96	0.04	6.69	0.00	8.87
130.06	129.70	118.58	0.10	0.04	0.05	0.83	3.07	0.21	1.87	10.34	0.00
133.04	132.86	129.76	0.09	0.06	0.02	0.14	5.35	0.14	4.94	0.00	0.02
113.53	109.14	111.30	0.06	0.05	0.05	14.29	0.00	18.86	0.00	17.55	0.00
126.94	128.37	129.24	0.09	0.17	0.21	1.90	1.03	3.92	4.25	5.60	5.81
130.06	127.51	131.93	0.10	0.05	0.04	0.83	3.07	1.15	0.62	0.00	1.80
126.70	128.57	133.91	0.09	0.17	0.04	2.04	0.92	3.83	4.36	0.00	4.19
130.19	110.50	109.52	0.10	0.05	0.05	0.79	3.16	17.50	0.00	19.31	0.00
132.43	115.55	116.27	0.09	0.05	0.05	0.20	4.81	12.46	0.00	12.63	0.00
128.53	106.35	87.99	0.11	0.05	0.05	1.59	2.30	21.64	0.00	40.63	0.00
129.49	103.73	84.67	0.08	0.05	0.05	0.72	2.39	24.26	0.00	43.92	0.00
113.31	114.41	117.01	0.06	0.05	0.05	14.50	0.00	13.60	0.00	11.89	0.00
118.56	97.86	100.74	0.06	0.05	0.05	9.25	0.00	30.12	0.00	28.00	0.00
83.60	66.23	67.38	0.06	0.05	0.05	44.20	0.00	61.67	0.00	61.04	0.00
127.48	130.17	134.94	0.04	0.06	0.04	0.78	0.44	0.56	2.68	0.00	5.50
129.24	127.42	108.71	0.08	0.07	0.05	0.80	2.22	1.79	1.17	20.11	0.00
127.56	128.03	131.25	0.04	0.17	0.04	0.74	0.48	4.07	4.06	0.00	1.18
113.64	115.88	115.71	0.06	0.05	0.05	14.18	0.00	12.13	0.00	13.18	0.00
90.14	83.58	78.26	0.06	0.05	0.05	37.66	0.00	44.36	0.00	50.27	0.00
128.41	126.63	128.96	0.11	0.07	0.21	1.64	2.22	2.24	0.83	5.72	5.66
130.02	128.70	116.64	0.10	0.04	0.05	0.84	3.04	0.44	1.10	12.26	0.00
123.99	121.37	112.16	0.06	0.05	0.05	3.86	0.03	6.65	0.00	16.70	0.00
130.28	135.28	117.37	0.10	0.06	0.05	0.77	3.22	0.03	7.25	11.54	0.00
110.65	111.77	102.28	0.06	0.05	0.05	17.16	0.00	16.23	0.00	26.48	0.00
132.76	136.36	114.18	0.09	0.06	0.05	0.16	5.10	0.01	8.31	14.70	0.00
128.34	118.78	123.09	0.11	0.05	0.05	1.67	2.18	9.24	0.00	5.88	0.00
122.38	117.99	119.80	0.06	0.05	0.05	5.45	0.00	10.03	0.00	9.13	0.00
114.92	119.27	122.47	0.06	0.05	0.05	12.90	0.00	8.76	0.00	6.49	0.00
127.27	116.46	119.29	0.09	0.05	0.05	1.73	1.18	11.56	0.00	9.64	0.00
109.92	105.58	75.99	0.06	0.05	0.05	17.89	0.00	22.41	0.00	52.51	0.00
106.05	99.03	100.88	0.06	0.05	0.05	21.77	0.00	28.95	0.00	27.87	0.00
104.96	107.93	109.61	0.06	0.05	0.05	22.85	0.00	20.07	0.00	19.22	0.00
128.98	123.91	126.71	0.08	0.05	0.09	0.89	2.05	4.14	0.02	3.20	0.91

ANEXO 11. Resumen valoración de opciones con volatilidad histórica usando raíz cuadrada del tiempo

PRECIOS DE EJERCICIO			PRECIOS OPCIONES BROWN					
K(T=30)	K(T=60)	K(T=90)	CALL (T=30)	PUT (T=30)	CALL (T=60)	PUT (T=60)	CALL (T=90)	PUT (T=90)
118.7291	120.4904	121.7719	9.0912	0.0014	7.6101	0.0771	7.4078	0.2279
132.2008	129.0717	126.7728	0.1344	4.5101	1.3433	2.3730	3.4824	1.2546
128.0410	131.1975	131.6531	1.1711	1.3889	0.6674	3.8183	1.1676	3.7724
131.9034	134.3188	133.2978	0.1626	4.2409	0.1886	6.4539	0.7363	4.9697
124.2072	125.6536	105.0176	3.8115	0.1973	3.2247	0.8437	23.7705	0.0000
119.3640	120.2959	121.6972	8.4581	0.0029	7.7959	0.0688	7.4749	0.2210
130.2383	124.2871	124.5066	0.4252	2.8392	4.2433	0.4988	5.1014	0.6295
123.8458	128.0226	130.1754	4.1305	0.1551	1.8129	1.7958	1.6956	2.8371
111.6389	97.2306	96.4629	16.1765	0.0000	30.7424	-	32.2416	0.0000
130.1803	107.5963	107.0835	0.4383	2.7944	20.3991	0.0000	21.7248	0.0000
129.5769	132.6211	116.4612	0.5940	2.3469	0.3887	4.9601	12.4548	0.0160
117.5301	122.2688	122.7516	10.2884	0.0003	5.9586	0.2001	6.5459	0.3362
129.7210	131.1073	132.3110	0.5535	2.4505	0.6893	3.7502	0.9767	4.2329
126.6376	124.9528	123.6648	1.9496	0.7645	3.7303	0.6500	5.7764	0.4710
110.1642	107.6273	108.3749	17.6506	0.0000	20.3683	0.0000	20.4461	0.0000
127.8597	107.9688	92.5215	1.2580	1.2945	20.0275	0.0000	36.1446	-
107.9849	104.6266	99.4038	19.8288	0.0000	23.3624	0.0000	29.3294	0.0000
127.9534	134.7000	137.9999	1.2126	1.3428	0.1584	6.8042	0.1492	9.0388
130.0578	129.6993	118.5812	0.4670	2.7006	1.1070	2.7630	10.3915	0.0520
133.0412	132.8571	129.7595	0.0762	5.2918	0.3533	5.1602	1.8705	2.6002
113.5275	109.1381	111.2960	14.2889	0.0000	18.8607	0.0000	17.5539	0.0004
126.9439	128.3716	129.2356	1.7590	0.8802	1.6461	1.9772	2.1079	2.3189
130.0647	127.5058	131.9274	0.4654	2.7059	2.0797	1.5468	1.0849	3.9613
126.6998	128.5695	133.9116	1.9099	0.7871	1.5562	2.0848	0.6120	5.4532
130.1871	110.4980	109.5215	0.4367	2.7996	17.5037	0.0000	19.3107	0.0001
132.4280	115.5539	116.2652	0.1158	4.7185	12.4611	0.0023	12.6471	0.0143
128.5334	106.3509	87.9879	0.9558	1.6657	21.6418	0.0000	40.6338	-
129.4942	103.7277	84.6728	0.6183	2.2886	24.2594	0.0000	43.9166	-
113.3126	114.4077	117.0121	14.5037	0.0000	13.6034	0.0009	11.9153	0.0221
118.5650	97.8556	100.7440	9.2549	0.0012	30.1187	0.0000	28.0024	0.0000
83.5999	66.2319	67.3841	44.2022	-	61.6739	-	61.0364	-
127.4820	130.1666	134.9358	1.4520	1.1111	0.9518	3.0740	0.4427	6.2981
129.2445	127.4187	108.7140	0.6959	2.1166	2.1269	1.5072	20.1103	0.0000
127.5596	128.0262	131.2537	1.4107	1.1473	1.8111	1.7977	1.2964	3.5057
113.6414	115.8838	115.7134	14.1750	0.0000	12.1327	0.0031	13.1894	0.0102
90.1424	83.5820	78.2567	37.6628	-	44.3614	-	50.2700	-
128.4098	126.6281	128.9620	1.0071	1.5934	2.5861	1.1775	2.2396	2.1796
130.0211	128.6977	116.6401	0.4759	2.6728	1.4998	2.1563	12.2794	0.0178
123.9895	121.3747	112.1605	4.0027	0.1709	6.7768	0.1262	16.6983	0.0009
130.2781	135.2808	117.3703	0.4163	2.8701	0.1204	7.3458	11.5656	0.0271
110.6541	111.7728	102.2827	17.1609	0.0000	16.2318	0.0001	26.4787	0.0000
132.7564	136.3607	114.1777	0.0928	5.0237	0.0703	8.3732	14.7036	0.0037
128.3426	118.7843	123.0873	1.0357	1.5550	9.2621	0.0267	6.2589	0.3816
122.3754	117.9873	119.8034	5.4970	0.0519	10.0461	0.0155	9.2245	0.0953
114.9183	119.2657	122.4661	12.8987	0.0000	8.7916	0.0366	6.7935	0.3011
127.2743	116.4583	119.2903	1.5663	1.0177	11.5612	0.0049	9.7116	0.0744
109.9200	105.5796	75.9924	17.8946	0.0000	22.4115	0.0000	52.5121	-
106.0475	99.0304	100.8756	21.7653	0.0000	28.9464	0.0000	27.8721	0.0000
104.9618	107.9301	109.6131	22.8504	0.0000	20.0660	0.0000	19.2200	0.0001
128.9813	123.9122	126.7129	0.7853	1.9429	4.5450	0.4263	3.5211	1.2339

ANEXO 12. Resumen valoración de opciones con volatilidad histórica usando raíz Hurst del tiempo

PRECIOS DE EJERCICIO			PRECIOS OPCIONES HURST					
K(T=30)	K(T=60)	K(T=90)	CALL (T=30)	PUT (T=30)	CALL (T=60)	PUT (T=60)	CALL (T=90)	PUT (T=90)
118.7291	120.4904	121.7719	9.1541	0.0643	8.1530	0.6200	8.3063	1.1264
132.2008	129.0717	126.7728	0.7606	5.1362	2.7374	3.7672	4.9932	2.7653
128.0410	131.1975	131.6531	2.2963	2.5141	1.8963	5.0472	2.6822	5.2871
131.9034	134.3188	133.2978	0.8385	4.9169	0.9999	7.2653	2.1033	6.3367
124.2072	125.6536	105.0176	4.5270	0.9128	4.5027	2.1217	23.7729	0.0024
119.3640	120.2959	121.6972	8.5512	0.0961	8.3124	0.5853	8.3628	1.1089
130.2383	124.2871	124.5066	1.3676	3.7816	5.3544	1.6099	6.3782	1.9063
123.8458	128.0226	130.1754	4.7814	0.8060	3.2244	3.2073	3.2864	4.4279
111.6389	97.2306	96.4629	16.1766	0.0001	30.7424	0.0000	32.2416	0.0000
130.1803	107.5963	107.0835	1.3888	3.7449	20.4002	0.0011	21.7322	0.0074
129.5769	132.6211	116.4612	1.6205	3.3734	1.4392	6.0106	12.7374	0.2986
117.5301	122.2688	122.7516	10.3160	0.0279	6.7653	1.0068	7.5844	1.3747
129.7210	131.1073	132.3110	1.5634	3.4603	1.9281	4.9890	2.4391	5.6953
126.6376	124.9528	123.6648	3.0194	1.8344	4.9290	1.8487	6.9425	1.6371
110.1642	107.6273	108.3749	17.6506	0.0000	20.3693	0.0011	20.4600	0.0139
127.8597	107.9688	92.5215	2.3840	2.4206	20.0289	0.0014	36.1446	0.0000
107.9849	104.6266	99.4038	19.8288	0.0000	23.3625	0.0001	29.3295	0.0001
127.9534	134.7000	137.9999	2.3385	2.4687	0.9163	7.5621	0.9395	9.8291
130.0578	129.6993	118.5812	1.4342	3.6678	2.4690	4.1250	10.8753	0.5358
133.0412	132.8571	129.7595	0.5670	5.7826	1.3714	6.1783	3.4712	4.2009
113.5275	109.1381	111.2960	14.2897	0.0008	18.8639	0.0031	17.6034	0.0499
126.9439	128.3716	129.2356	2.8528	1.9740	3.0571	3.3882	3.7133	3.9242
130.0647	127.5058	131.9274	1.4317	3.6722	3.4820	2.9492	2.5789	5.4554
126.6998	128.5695	133.9116	2.9851	1.8623	2.9646	3.4932	1.9115	6.7527
130.1871	110.4980	109.5215	1.3863	3.7492	17.5112	0.0075	19.3342	0.0236
132.4280	115.5539	116.2652	0.7044	5.3071	12.5635	0.1047	12.9146	0.2818
128.5334	106.3509	87.9879	2.0664	2.7764	21.6422	0.0004	40.6338	0.0000
129.4942	103.7277	84.6728	1.6537	3.3240	24.2594	0.0000	43.9166	0.0000
113.3126	114.4077	117.0121	14.5043	0.0006	13.6648	0.0623	12.2435	0.3503
118.5650	97.8556	100.7440	9.3115	0.0577	30.1187	0.0000	28.0025	0.0002
83.5999	66.2319	67.3841	44.2022	-	61.6739	-	61.0364	-
127.4820	130.1666	134.9358	2.5722	2.2312	2.2801	4.4023	1.6196	7.4750
129.2445	127.4187	108.7140	1.7564	3.1770	3.5266	2.9069	20.1266	0.0163
127.5596	128.0262	131.2537	2.5330	2.2695	3.2226	3.2092	2.8376	5.0469
113.6414	115.8838	115.7134	14.1759	0.0009	12.2502	0.1206	13.4176	0.2384
90.1424	83.5820	78.2567	37.6628	-	44.3614	-	50.2700	0.0000
128.4098	126.6281	128.9620	2.1230	2.7094	3.9466	2.5380	3.8439	3.7839
130.0211	128.6977	116.6401	1.4480	3.6449	2.9056	3.5621	12.5763	0.3147
123.9895	121.3747	112.1605	4.6793	0.8474	7.4468	0.7962	16.7675	0.0701
130.2781	135.2808	117.3703	1.3531	3.8069	0.7988	8.0241	11.9260	0.3874
110.6541	111.7728	102.2827	17.1609	0.0000	16.2476	0.0159	26.4792	0.0005
132.7564	136.3607	114.1777	0.6283	5.5591	0.6106	8.9135	14.8449	0.1450
128.3426	118.7843	123.0873	2.1540	2.6733	9.5976	0.3622	7.3449	1.4676
122.3754	117.9873	119.8034	5.8999	0.4548	10.3051	0.2744	9.8544	0.7253
114.9183	119.2657	122.4661	12.9019	0.0031	9.1798	0.4248	7.7913	1.2988
127.2743	116.4583	119.2903	2.6787	2.1302	11.7093	0.1530	10.2778	0.6406
109.9200	105.5796	75.9924	17.8946	0.0000	22.4117	0.0002	52.5121	-
106.0475	99.0304	100.8756	21.7653	0.0000	28.9464	0.0000	27.8723	0.0002
104.9618	107.9301	109.6131	22.8504	0.0000	20.0674	0.0013	19.2445	0.0246
128.9813	123.9122	126.7129	1.8681	3.0257	5.6028	1.4841	5.0272	2.7401

ANEXO 13. Resumen valoración de opciones con Montecarlo usando raíz cuadrada del tiempo

PRECIOS DE EJERCICIO			PRECIOS OPCIONES POR BROWN					
K(T=30)	K(T=60)	K(T=90)	CALL (T=30)	PUT (T=30)	CALL (T=60)	PUT (T=60)	CALL (T=90)	PUT (T=90)
118.7291	120.4904	121.7719	9.1466	0.0568	8.0127	0.4797	8.1107	0.9309
132.2008	129.0717	126.7728	0.5555	4.9311	2.3605	3.3902	4.6688	2.4410
128.0410	131.1975	131.6531	1.8990	2.1168	1.5647	4.7156	2.3568	4.9617
131.9034	134.3188	133.2978	0.6145	4.6929	0.7847	7.0501	1.8083	6.0417
124.2072	125.6536	105.0176	4.2869	0.6727	4.1575	1.7765	23.7733	0.0028
119.3640	120.2959	121.6972	8.5354	0.0803	8.1796	0.4525	8.1695	0.9156
130.2383	124.2871	124.5066	1.0412	3.4552	5.0551	1.3106	6.1023	1.6304
123.8458	128.0226	130.1754	4.5659	0.5905	2.8427	2.8256	2.9455	4.0871
111.6389	97.2306	96.4629	16.1768	0.0003	30.7424	0.0000	32.2416	0.0000
130.1803	107.5963	107.0835	1.0592	3.4153	20.4007	0.0016	21.7322	0.0075
129.5769	132.6211	116.4612	1.2615	3.0144	1.1570	5.7285	12.6789	0.2401
117.5301	122.2688	122.7516	10.3164	0.0283	6.5508	0.7923	7.3588	1.1491
129.7210	131.1073	132.3110	1.2108	3.1078	1.5938	4.6547	2.1244	5.3806
126.6376	124.9528	123.6648	2.6432	1.4582	4.6056	1.5253	6.6898	1.3844
110.1642	107.6273	108.3749	17.6506	0.0001	20.3699	0.0016	20.4593	0.0132
127.8597	107.9688	92.5215	1.9864	2.0229	20.0295	0.0020	36.1446	0.0000
107.9849	104.6266	99.4038	19.8288	0.0000	23.3626	0.0002	29.3296	0.0001
127.9534	134.7000	137.9999	1.9409	2.0711	0.7161	7.3619	0.7675	9.6571
130.0578	129.6993	118.5812	1.0982	3.3318	2.1008	3.7568	10.7712	0.4317
133.0412	132.8571	129.7595	0.4130	5.6286	1.0983	5.9052	3.1283	3.8580
113.5275	109.1381	111.2960	14.2906	0.0017	18.8646	0.0039	17.5964	0.0430
126.9439	128.3716	129.2356	2.4675	1.5887	2.6755	3.0066	3.3695	3.5805
130.0647	127.5058	131.9274	1.0960	3.3365	3.1028	2.5700	2.2577	5.1342
126.6998	128.5695	133.9116	2.6069	1.4842	2.5837	3.1123	1.6305	6.4717
130.1871	110.4980	109.5215	1.0571	3.4200	17.5119	0.0082	19.3320	0.0214
132.4280	115.5539	116.2652	0.5136	5.1163	12.5448	0.0860	12.8595	0.2267
128.5334	106.3509	87.9879	1.6748	2.3848	21.6425	0.0007	40.6338	0.0000
129.4942	103.7277	84.6728	1.2913	2.9616	24.2595	0.0001	43.9166	0.0000
113.3126	114.4077	117.0121	14.5051	0.0014	13.6559	0.0534	12.1746	0.2814
118.5650	97.8556	100.7440	9.3056	0.0519	30.1187	0.0000	28.0026	0.0003
83.5999	66.2319	67.3841	44.2022	-	61.6739	-	61.0364	-
127.4820	130.1666	134.9358	2.1767	1.8358	1.9212	4.0434	1.3643	7.2197
129.2445	127.4187	108.7140	1.3843	2.8049	3.1481	2.5284	20.1256	0.0153
127.5596	128.0262	131.2537	2.1367	1.8733	2.8409	2.8274	2.5067	4.7160
113.6414	115.8838	115.7134	14.1769	0.0019	12.2276	0.0980	13.3714	0.1922
90.1424	83.5820	78.2567	37.6628	-	44.3614	0.0000	50.2700	0.0000
128.4098	126.6281	128.9620	1.7293	2.3157	3.5788	2.1702	3.5004	3.4404
130.0211	128.6977	116.6401	1.1101	3.3070	2.5254	3.1819	12.5145	0.2529
123.9895	121.3747	112.1605	4.4540	0.6222	7.2707	0.6201	16.7566	0.0592
130.2781	135.2808	117.3703	1.0289	3.4827	0.6210	7.8464	11.8498	0.3112
110.6541	111.7728	102.2827	17.1610	0.0001	16.2476	0.0158	26.4794	0.0006
132.7564	136.3607	114.1777	0.4575	5.3884	0.4719	8.7748	14.8183	0.1184
128.3426	118.7843	123.0873	1.7594	2.2787	9.5157	0.2804	7.1092	1.2319
122.3754	117.9873	119.8034	5.7774	0.3323	10.2445	0.2138	9.7177	0.5885
114.9183	119.2657	122.4661	12.9037	0.0049	9.0831	0.3281	7.5744	1.0819
127.2743	116.4583	119.2903	2.2862	1.7377	11.6788	0.1225	10.1552	0.5180
109.9200	105.5796	75.9924	17.8947	0.0001	22.4119	0.0004	52.5121	0.0000
106.0475	99.0304	100.8756	21.7653	0.0000	28.9464	0.0000	27.8724	0.0003
104.9618	107.9301	109.6131	22.8504	0.0000	20.0680	0.0019	19.2422	0.0222
128.9813	123.9122	126.7129	1.4873	2.6449	5.3183	1.1996	4.7038	2.4167

ANEXO 14. Resumen valoración de opciones con Montecarlo usando raíz Hurst del tiempo

PRECIOS DE EJERCICIO			PRECIOS OPCIONES POR HURST					
K(T=30)	K(T=60)	K(T=90)	CALL (T=30)	PUT (T=30)	CALL (T=60)	PUT (T=60)	CALL (T=90)	PUT (T=90)
118.7291	120.4904	121.7719	9.6761	0.5863	9.4851	1.9521	10.0648	2.8850
132.2008	129.0717	126.7728	1.9623	6.3379	4.5710	5.6007	7.1142	4.8864
128.0410	131.1975	131.6531	3.6676	3.8854	3.6750	6.8259	4.8324	7.4372
131.9034	134.3188	133.2978	2.0649	6.1433	2.5783	8.8437	4.1915	8.4249
124.2072	125.6536	105.0176	5.7451	2.1309	6.2743	3.8934	23.9250	0.1545
119.3640	120.2959	121.6972	9.1593	0.7041	9.6213	1.8942	10.1137	2.8598
130.2383	124.2871	124.5066	2.6954	5.1094	7.0484	3.3039	8.3737	3.9018
123.8458	128.0226	130.1754	5.9677	1.9923	5.0589	5.0418	5.4624	6.6039
111.6389	97.2306	96.4629	16.2117	0.0352	30.7438	0.0014	32.2534	0.0118
130.1803	107.5963	107.0835	2.7190	5.0751	20.5037	0.1046	21.9772	0.2524
129.5769	132.6211	116.4612	2.9716	4.7245	3.1431	7.7145	13.8698	1.4311
117.5301	122.2688	122.7516	10.6916	0.4035	8.2912	2.5327	9.4375	3.2278
129.7210	131.1073	132.3110	2.9102	4.8071	3.7105	6.7715	4.5685	7.8248
126.6376	124.9528	123.6648	4.3704	3.1854	6.6646	3.5843	8.8743	3.5689
110.1642	107.6273	108.3749	17.6666	0.0160	20.4739	0.1056	20.7816	0.3356
127.8597	107.9688	92.5215	3.7548	3.7914	20.1450	0.1175	36.1471	0.0025
107.9849	104.6266	99.4038	19.8331	0.0043	23.4002	0.0378	29.3612	0.0318
127.9534	134.7000	137.9999	3.7096	3.8399	2.4616	9.1074	2.6902	11.5798
130.0578	129.6993	118.5812	2.7693	5.0029	4.2936	5.9496	12.2712	1.9317
133.0412	132.8571	129.7595	1.6890	6.9047	3.0601	7.8670	5.6491	6.3788
113.5275	109.1381	111.2960	14.3754	0.0865	19.0279	0.1672	18.1566	0.6031
126.9439	128.3716	129.2356	4.2115	3.3327	4.8932	5.2243	5.8903	6.1012
130.0647	127.5058	131.9274	2.7665	5.0070	5.3105	4.7777	4.7212	7.5976
126.6998	128.5695	133.9116	4.3379	3.2151	4.8007	5.3293	3.9682	8.8094
130.1871	110.4980	109.5215	2.7163	5.0791	17.7489	0.2452	19.7369	0.4264
132.4280	115.5539	116.2652	1.8860	6.4887	13.2697	0.8109	14.0227	1.3898
128.5334	106.3509	87.9879	3.4362	4.1461	21.7114	0.0695	40.6341	0.0003
129.4942	103.7277	84.6728	3.0071	4.6774	24.2863	0.0269	43.9167	0.0001
113.3126	114.4077	117.0121	14.5822	0.0786	14.2391	0.6365	13.4446	1.5514
118.5650	97.8556	100.7440	9.8120	0.5583	30.1207	0.0020	28.0504	0.0480
83.5999	66.2319	67.3841	44.2022	-	61.6739	-	61.0364	0.0000
127.4820	130.1666	134.9358	3.9399	3.5989	4.0942	6.2164	3.6143	9.4697
129.2445	127.4187	108.7140	3.1158	4.5364	5.3537	4.7340	20.4709	0.3607
127.5596	128.0262	131.2537	3.9015	3.6380	5.0572	5.0437	4.9976	7.2069
113.6414	115.8838	115.7134	14.2660	0.0910	12.9966	0.8670	14.4575	1.2783
90.1424	83.5820	78.2567	37.6628	0.0000	44.3614	0.0000	50.2700	0.0000
128.4098	126.6281	128.9620	3.4936	4.0799	5.7551	4.3465	6.0189	5.9589
130.0211	128.6977	116.6401	2.7845	4.9814	4.7414	5.3979	13.7310	1.4694
123.9895	121.3747	112.1605	5.8786	2.0468	8.8799	2.2292	17.4046	0.7072
130.2781	135.2808	117.3703	2.6793	5.1330	2.2909	9.5163	13.1718	1.6333
110.6541	111.7728	102.2827	17.1818	0.0210	16.5742	0.3424	26.5537	0.0750
132.7564	136.3607	114.1777	1.7789	6.7098	1.9957	10.2985	15.7012	1.0013
128.3426	118.7843	123.0873	3.5249	4.0442	10.7169	1.4815	9.2280	3.3507
122.3754	117.9873	119.8034	6.9256	1.4805	11.3207	1.2900	11.3969	2.2678
114.9183	119.2657	122.4661	13.0547	0.1560	10.3609	1.6059	9.6178	3.1254
127.2743	116.4583	119.2903	4.0436	3.4950	12.5273	0.9710	11.7596	2.1224
109.9200	105.5796	75.9924	17.9085	0.0139	22.4648	0.0533	52.5121	0.0000
106.0475	99.0304	100.8756	21.7664	0.0012	28.9500	0.0035	27.9220	0.0499
104.9618	107.9301	109.6131	22.8509	0.0005	20.1822	0.1161	19.6543	0.4344
128.9813	123.9122	126.7129	3.2325	4.3900	7.2703	3.1516	7.1459	4.8587

ANEXO 15. Resumen valoración de opciones con Duan

PRECIOS DE EJERCICIO			PRECIOS DE LAS OPCIONES					
K(T=30)	K(T=60)	K(T=90)	CALL(T=30)	PUT(T=30)	CALL(T=60)	PUT(T=60)	CALL(T=90)	PUT(T=90)
118.73	120.49	121.77	9.70	0.00	6.37	0.00	5.19	0.00
132.20	129.07	126.77	0.05	3.82	0.00	2.19	0.23	0.00
128.04	131.20	131.65	1.04	0.65	0.00	4.31	0.00	4.60
131.90	134.32	133.30	0.07	3.53	0.00	7.43	0.00	6.23
124.21	125.65	105.02	4.27	0.04	1.22	0.00	21.78	0.00
119.36	120.30	121.70	9.07	0.00	6.57	0.00	5.26	0.00
130.24	124.29	124.51	0.24	2.04	2.58	0.00	2.48	0.00
123.85	128.02	130.18	4.62	0.03	0.00	1.14	0.00	3.14
111.64	97.23	96.46	16.79	0.00	29.58	0.00	30.25	0.00
130.18	107.60	107.08	0.25	1.99	19.24	0.00	19.73	0.00
129.58	132.62	116.46	0.39	1.53	0.00	5.73	10.45	0.00
117.53	122.27	122.75	10.90	0.00	4.60	0.00	4.22	0.00
129.72	131.11	132.31	0.35	1.63	0.00	4.22	0.00	5.25
126.64	124.95	123.66	2.04	0.25	1.92	0.00	3.31	0.00
110.16	107.63	108.37	18.26	0.00	19.21	0.00	18.45	0.00
127.86	107.97	92.52	1.15	0.57	18.87	0.00	34.16	0.00
107.98	104.63	99.40	20.44	0.00	22.20	0.00	27.34	0.00
127.95	134.70	138.00	1.09	0.61	0.00	7.81	0.00	10.89
130.06	129.70	118.58	0.27	1.89	0.00	2.82	8.35	0.00
133.04	132.86	129.76	0.03	4.63	0.00	5.97	0.00	2.73
113.53	109.14	111.30	14.90	0.00	17.70	0.00	15.56	0.00
126.94	128.37	129.24	1.80	0.31	0.00	1.49	0.00	2.21
130.06	127.51	131.93	0.27	1.90	0.00	0.63	0.00	4.87
126.70	128.57	133.91	1.99	0.26	0.00	1.69	0.00	6.84
130.19	110.50	109.52	0.25	2.00	16.34	0.00	17.32	0.00
132.43	115.55	116.27	0.05	4.04	11.30	0.00	10.64	0.00
128.53	106.35	87.99	0.78	0.88	20.48	0.00	38.65	0.00
129.49	103.73	84.67	0.41	1.47	23.10	0.00	41.93	0.00
113.31	114.41	117.01	15.11	0.00	12.44	0.00	9.90	0.00
118.56	97.86	100.74	9.87	0.00	28.96	0.00	26.01	0.00
83.60	66.23	67.38	44.81	0.00	60.51	0.00	59.05	0.00
127.48	130.17	134.94	1.40	0.45	0.00	3.28	0.00	7.85
129.24	127.42	108.71	0.49	1.30	0.00	0.54	18.12	0.00
127.56	128.03	131.25	1.34	0.47	0.00	1.15	0.00	4.21
113.64	115.88	115.71	14.79	0.00	10.97	0.00	11.19	0.00
90.14	83.58	78.26	38.27	0.00	43.20	0.00	48.28	0.00
128.41	126.63	128.96	0.84	0.81	0.25	0.00	0.00	1.94
130.02	128.70	116.64	0.28	1.87	0.00	1.82	10.27	0.00
123.99	121.37	112.16	4.48	0.04	5.49	0.00	14.70	0.00
130.28	135.28	117.37	0.23	2.07	0.00	8.39	9.55	0.00
110.65	111.77	102.28	17.77	0.00	15.07	0.00	24.49	0.00
132.76	136.36	114.18	0.04	4.36	0.00	9.46	12.71	0.00
128.34	118.78	123.09	0.87	0.78	8.07	0.00	3.88	0.00
122.38	117.99	119.80	6.07	0.01	8.87	0.00	7.14	0.00
114.92	119.27	122.47	13.51	0.00	7.59	0.00	4.50	0.00
127.27	116.46	119.29	1.55	0.39	10.40	0.00	7.64	0.00
109.92	105.58	75.99	18.51	0.00	21.25	0.00	50.53	0.00
106.05	99.03	100.88	22.38	0.00	27.79	0.00	25.88	0.00
104.96	107.93	109.61	23.46	0.00	18.91	0.00	17.23	0.00
128.98	123.91	126.71	0.58	1.13	2.96	0.00	0.29	0.00